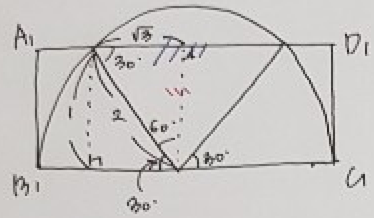
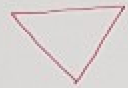


 의 넓이 : $\pi \times 4 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{4}{3}\pi.$

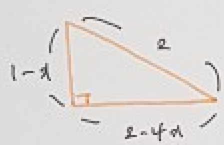
 의 넓이 :  의 넓이 $\times 2.$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \times \sin 30^\circ \times 2.$

$= \sqrt{3}.$

따라서 $S_1 =$  $= \frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}.$

$\overline{A_1B_2} = x,\ \overline{B_2C_2} = 4x$ 라 하자.



이 삼각형에서 피타고라스의 정리를 쓰면,

$(1-x)^2 + (2-4x)^2 = 17x^2 - 18x + 5 = 4$ 이므로

$17x^2 - 18x + 1 = 0$ 이고, 인수분해하면

$(17x-1)(x-1)$ 이므로 $x = \frac{1}{17}$ 이다. $(\because x < 1)$.

닮음인 도형의 선분의 길이의 비가 $\frac{1}{17}$ 이므로 넓이의 비는 $\left(\frac{1}{17}\right)^2 = \frac{1}{289}$ 이다.

따라서 도형의 개수를 2배씩 늘려 이전 그림에 더 그리므로 새로 생겨나는 도형들의 넓이비는 $\frac{2}{289}$ 이다.

그러므로 수열 $\{S_n\}$은 첫항이 $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$, 공비가 $\frac{2}{289}$ 인 등비수열의 첫째항부터 제 n번째 항까지의 합이고, 따라서 $\lim_{n\to\infty} S_n = \dfrac{\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}}{1 - \frac{2}{289}} = \frac{289}{861}(4\pi - 3\sqrt{3})$