[수학-인문 2012.03 모의 가형(미통)+나형]

행렬 : 더하기빼기와 케일리 해밀턴~ 문자역행렬 만드는것 기억하자!
행렬 5형제 : 연립방정식 형태의 5가지 특히 4번과 5번에 주의!
행렬과 그래프 : 각 줄합의 의미는 점에서 출발한 선의갯수, 전체합/2=선갯수
지수 : 제곱근이란? 식 잘 정리하기 숙제들
로그 : 죽거서 표현하는 밑이다른 아이들, 상용로그의 지표 가수 의미
수열 : 등차수열의 합은 (초항+말항)(갯수)/2, 등비합은 초항(알갯수승-1)/(알-1)
여러가지수열 : n=1일때, n=2일때... 대입해서 풀줄알도록
시그마 : 시그마 공식, 등비수열의 시그마는 죽~풀어서 해보자
부분분수합 : 양옆지우기, 건너지우기, 간격분의일 주의하기
군수열 : 군수열은 피라미드
귀납법 : 대입해서 하는 귀납법 or k 일때 k+1일때 형태의 귀납법
극한 : 합차곱나(조심) 가능~ 루트있고 빼기있으면 유리화, 최대주인공비
급수 : 급수의 성질에 주의! 무한대로 더한거 안다? 그 끝가로는0
무한등비급수 : a/(1-r) 이용해서 합 구하는것~

수리'가'형 정답

1	②	2	⑤	3	④	4	③	5	①
6	③	7	⑤	8	④	9	⑤	10	②
11	②	12	①	13	④	14	①	15	③
16	③	17	①	18	⑤	19	②	20	④
21	⑤	22	13	23	8	24	208	25	16
26	51	27	9	28	136	29	24	30	32

수리'나'형 정답

1	②	2	⑤	3	④	4	⑤	5	①
6	③	7	②	8	②	9	④	10	②
11	②	12	①	13	④	14	①	15	③
16	③	17	①	18	⑤	19	③	20	④
21	⑤	22	13	23	98	24	70	25	36
26	51	27	9	28	23	29	24	30	462

[가형 중 미적분과 통계기본 관련 문제 정리~]
[삼차함수네~]

7. 다항함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$
(나) $x = -1$과 $x = 2$에서 극값을 갖는다.

$\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3-h)}{h}$의 값은? [3점]

① 8 ② 12 ③ 16
④ 20 ⑤ 24

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]
[답 ⑤]
[출제의도] 극값의 뜻을 이해하여 조건을 만족시키는 다항함수의 미분계수를 구한다.

$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$이므로 $f(x)$는 삼차함수이고 삼차항의 계수는 1이다. 따라서 $f'(x)$는 이차함수이고 이차항의 계수는 3이다.
$x = -1$과 $x = 2$에서 극값을 가지므로 $f'(x)$는 $x+1$과 $x-2$를 인수로 갖는다.
따라서 $f'(x) = 3(x+1)(x-2)$이다.

$$\therefore \lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3-h)}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0} \frac{\{f(3+h)-f(3)\}-\{f(3-h)-f(3)\}}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h} + \lim_{h \to 0} \frac{f(3-h)-f(3)}{-h}$$
$$= 2f'(3) = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 = 24$$

근데 뭐가 궁금하대~

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3-h)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\qquad\qquad}{1} =$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$$ 에서 최고차항의 비가 1

$f(x) = x^3 +$

$f'(x) = 3x^2 + \qquad +$

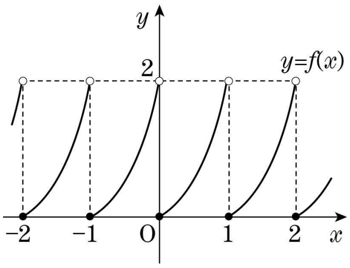
극값을 갖는다는 힌트!!

$f'(x) = 3(x \qquad)(\qquad)$

$f'(3) =$ 그래서 답은~~

[그림으로 보는 함수의 연속]

16. 함수 $y=f(x)$의 그래프의 일부가 그림과 같을 때, 합성함수 $f(g(x))$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 함수 $g(x)$를 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $g(x)=x^2$　　ㄴ. $g(x)=|\sin x|$　　ㄷ. $g(x)=\cos x$

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]

[답 ③]

[출제의도] 함수의 연속의 뜻을 이해하여 주어진 함수의 연속 여부를 판정한다.

합성함수 $f(g(x))$가 $x=0$에서 연속이 되도록 ~ g 부터 먼저

ㄱ. $g(x)=x^2$

$g(0.001)=0.001$　　$f(\quad)=$

$g(-0.001)=$　　$f(\quad)=$

$g(0)=$　　$f(\quad)=$　　같니?

ㄴ. $g(x)=|\sin x|$　대충그려봐~

$g(0.001)=0.001$　　$f(\quad)=$

$g(-0.001)=$　　$f(\quad)=$

$g(0)=$　　$f(\quad)=$　　같니?

ㄷ. $g(x)=\cos x$　대충그려봐~

$g(0.001)=0.999$　　$f(\quad)=$

$g(-0.001)=$　　$f(\quad)=$

$g(0)=$　　$f(\quad)=$　　같니?

[절대값 식풀기]

19. 함수 $f(x)=x|x|+|x-1|^3$에 대하여 $f'(0)+f'(1)$의 값은? [4점]

① -3　　② -1　　③ 1　　④ 3　　⑤ 5

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]

[답 ②]

[출제의도] 도함수의 성질을 이해하여 절댓값을 포함하는 함수의 미분계수를 구한다.

$g(x)=x|x|$, $h(x)=|x-1|^3$ 으로 놓으면
두 함수 $g(x)$, $h(x)$는 실수 전체에서 미분가능하므로
함수 $f(x)$도 실수 전체에서 미분가능하다.
$g'(0)=0$, $h'(1)=0$이고
$x>0$일 때 $g(x)=x^2$,
$x<1$일 때 $h(x)=-(x-1)^3$이므로
$f'(0)=0+h'(0)=-3(0-1)^2=-3$
$f'(1)=g'(1)+0=2\cdot 1=2$
$\therefore\ f'(0)+f'(1)=-3+2=-1$

일단 궁금한 것 $f'(0)+f'(1)$ 이구나.

1) $f'(0)$ 을 계산하기 위한 식은 누구니~

$f(x)=x|x|+|x-1|^3$

괜찮아　비정상

$f(x)=x^2-(x-1)^3$　풀던가 바로 미분해~

$f'(x)=2x-3(\quad)$

$f'(0)=$

참고. $f(x)=-x^2-(x-1)^3$　0보다 쫌작은 쪽에서는 이런식~

2) $f'(1)$ 을 계산하기 위한 식은 누구니~

$f(x)=x|x|+|x-1|^3$

괜찮아　괜찮아

$f(x)=x^2+(x-1)^3$　풀던가 바로 미분해~

$f'(x)=2x+3(\quad)$

$f'(1)=$

참고. $f(x)=x^2-(x-1)^3$　1보다 쫌작은 쪽에서는 이런식~

$f'(0)+f'(1)=$

[무한대와 로피탈을 적절하게 이용]

24. 최고차항의 계수가 양수인 다항함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2}{x^4}=4$
(나) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-x^2}{x-1}=3$

$f(10)$의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]
[답 208]
[출제의도] 극한의 성질을 이해하여 조건을 만족시키는 다항함수를 구한다.
1) 조건 (가)에서 $f(x)$는 이차함수임을 알 수 있다.

$\lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2}{x^4}=4$ 위는 몇차? 그 최고차 누구?=

$f(x)$ 는 몇차? 최고차항의 계수가 양수인 다항함수 랬으니까

$f(x)=(\quad)x^2+bx+c$

2) 조건 (나)에서바로 로피탈

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-x^2}{x-1}=3$ 주어진 정보 0꼴 $f(1)=$

$\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)-}{1}$ $f'(1)=$

3) b하고 c 구함

$f(x)=2x^2+bx+c$
$f(1)=$
$f'(x)=$
$f'(1)=$

4) $f(10)=$

[4차식, 미분식의 정확한 이해가 관건, 고난이]

30. 함수 $f(x)=x^2(x-2)^2$이 있다. $0 \le x \le 2$인 모든 실수 x에 대하여

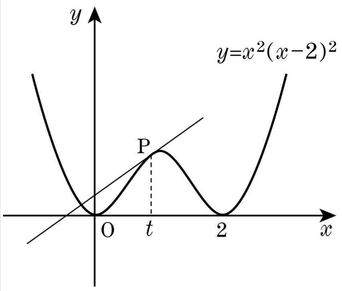
$f(x) \le f'(t)(x-t)+f(t)$

를 만족시키는 실수 t의 집합은 $\{t \mid p \le t \le q\}$이다. $36pq$의 값을 구하시오. [4점]

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]

[답 32]

[출제의도] 주어진 함수의 그래프에서 접선이 곡선보다 위쪽에 놓이도록 하는 접점의 범위를 구한다.



직선 $y=f'(t)(x-t)+f(t)$는 곡선 위의 점 $\mathrm{P}(t, f(t))$에서의 접선이므로 접선이 주어진 곡선의 위쪽에 놓이려면 접점은 곡선이 위로 볼록한 부분의 점이다.
그런데 위로 볼록한 부분에 있는 점에서의 접선 중에는 구간 $[0, 2]$에서 $y=f(x)$의 그래프 아래쪽을 지나는 직선이 생길 수 있다.
그러므로 원점에서 그은 접선의 접점과 점 $(2, 0)$에서 그은 접선의 접점의 x좌표를 조사하면 된다.

$y=x^2(x-2)^2$에서

$y'=2x(x-2)^2+2x^2(x-2)$

$\quad =4x(x-1)(x-2)$

점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$y-a^2(a-2)^2=4a(a-1)(a-2)(x-a)$

$x=0$, $y=0$을 대입하면

$-a^2(a-2)^2=-4a^2(a-1)(a-2)$

$\therefore\ a=\frac{2}{3}$

한편 곡선 $y=x^2(x-2)^2$은 직선 $x=1$에 대하여 대칭이므로 점 $(2, 0)$에서 그은 접선의 접점의 x좌표를 b라 하면 $\frac{2}{3}+b=2$에서 $b=\frac{4}{3}$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 실수 t의 값의 범위는 $\frac{2}{3} \le t \le \frac{4}{3}$이다.

$\therefore\ 36pq=36 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3}=32$

[모의해설]

1) 일단 그 개형은 대칭인 w 형태일 것이다. 왜? 0하고 2가 중근이니까

$f(x)=x^2(x-2)^2=x^2(\qquad\qquad)=x^4-$

2) $f(x) \le f'(t)(x-t)+f(t)$: 4차식 $\le$ 기울기 있는 1차식 선

4차식 기울기만즘 숫자

3) 중요한 정보 : 선은 딱 하나 4차식 위의점 $x=t$ 에서 $y=f(t)$ 를 지난단다. 그 위에서의 접선의 방정식~?

4) $0 \le x \le 2$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \le f'(t)(x-t)+f(t)$ 하게 하래

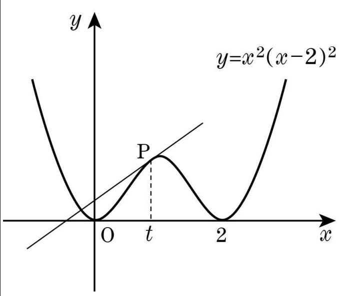
쉽게 말하면 0~2 에서 직선의 y높이가 위에 있으란 말야~

구간을 나눠 생각해보자

① 0보다 작은 곳에서 t가 있어서 거기 접선은?
(0~2 구간에서 직선이 아래야.) no

② 0~2 사이인 곳에서 t가 있어서 거기 접선은?
(앞쪽에선 긴가민가, 볼록한데 뒤에선 직선이 위야.)

③ 2보다 큰 곳에서 t가 있어서 거기 접선은?
(0~2 구간에서 직선이 아래야.) no



5) $f(x) \le f'(t)(x-t)+f(t)$ 다시 식개념 으로 기울기 구하지

$$f(x)=x^2(x-2)^2=x^4-4x^3+4x^2$$

$$f'(x)=4x^3-12x^2+8x$$

$$f'(t)=4t^3-12t^2+8t=4t(t^2-3t+2)$$

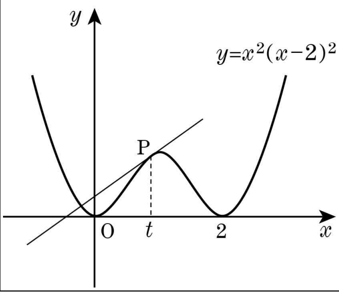
$x=t$에서 기울기는 = $4t(t-1)(t-2)$

$x=t$에서 위의점은 $f(t)=t^2(t-2)^2$

6) 접선의 방정식 이쁘게 정리해 보자

$$y=(\text{기울기})(x-t)+(\text{위의점}y)$$

$$y=(4t)(t-1)(t-2)(x-t)+t^2(t-2)^2$$



7) 만족시키는 실수 t의 집합은 $\{t \mid p \le t \le q\}$이다. $36pq$ 궁금하다
그런데 그림보고 눈치를 채보니 좀 앞에서는 안되는 이유는 원점!
접선이 $x=0$, $y=0$을 지나는 그 t가 궁금해~

$$y=(4t)(t-1)(t-2)(x-t)+t^2(t-2)^2$$

$$0=(4t)(t-1)(t-2)(-t)+t^2(t-2)^2$$

$$0=t^2(t-2)\{-4(t-1)+(t-2)\}$$: 식정리는 앞으로 묶어법

$$0=t^2(t-2)\{-4t+4+t-2\}$$

$$0=t^2(t-2)\{-3t+2\}$$ $t=\frac{2}{3}$

8) 좌우 대칭이니까 접선이 $x=2$, $y=0$을 지나는 그 t가 궁금해~

$t=\frac{4}{3}$

9) 실수 t의 값의 범위는 $\frac{2}{3} \le t \le \frac{4}{3}$이다.

$$\therefore\ 36pq=36\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}=32$$

[나형 수1 문제 정리~]

[기본 로그~]

1. $\frac{1}{2}\log_3 6 - \log_9 2$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$

④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 ②]
[출제의도] 로그의 밑을 같게 하여 로그의 계산을 한다.

$\frac{1}{2}\log_3 6 - \log_9 2 = \frac{1}{2}\log_3 6 - \frac{1}{2}\log_3 2 = \frac{1}{2}(\log_3 6 - \log_3 2) = \frac{1}{2}\log_3 \frac{6}{2} = \frac{1}{2}\log_3 3 = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2}\log_3 6 - \log_9 2$$

$$= \frac{1}{2}\frac{}{\log 3} - \frac{}{\log 9}$$

$$= \frac{}{\log 9} - \frac{}{\log 9}$$

$$= \frac{}{\log 9} =$$

[행렬 정리하기 유형]

2. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & -2 \\ 2 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 2 \\ -1 & 3\end{pmatrix}$에 대하여 $2A=X-B$를 만족시키는 행렬 X의 모든 성분의 합은? [2점]

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 ⑤]
[출제의도] 행렬의 기본연산인 덧셈, 뺄셈, 실수배 등의 계산을 한다.

$2A=X-B$에서

$X=2A+B=$

바로 2배해 써버림

따라서 구하는 행렬의 모든 성분의 합은 ( )이다.

[수1 최고차항의 비~]

3. $\lim_{n\to\infty}\frac{4^{n+1}-1}{(2^n+1)(2^n-1)}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2

④ 4 ⑤ 8

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 ④]
[출제의도] 무한등비수열의 극한값을 계산한다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4^{n+1}-1}{(2^n+1)(2^n-1)}=\lim_{n\to\infty}\frac{(\quad)4^n-1}{4^n-1}=$$

[역행렬은 금방 구하지]

4. 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $\frac{1}{2}A$의 역행렬의 모든 성분의 합은? [3점]

① 6　② 8　③ 10
④ 12　⑤ 14

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 ⑤]
[출제의도] 역행렬의 성질을 이해하여 역행렬을 구한다.
$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1}=$

$\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1}=(\quad)A^{-1}$　　여기가 중요~

$2A^{-1}=$

따라서 구하는 행렬의 모든 성분의 합은 (　)이다.

[수렴하면 그 끝가로는 빵]

5. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3$일 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{2a_n - 3}{a_n + 1}$의 값은? [3점]

① -3 ② -2 ③ -1

④ 0 ⑤ 1

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ①]

[출제의도] 수렴하는 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$과 $\lim_{n\to\infty} a_n$의 관계를 이용하여 극한값을 구한다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3$ 이므로 계속 더한것이?

맨 끝항쯤 가면 ? $\lim_{n\to\infty} a_n =$

(가장 중요한 정의!!)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2a_n - 3}{a_n + 1} = \frac{\quad}{\quad} =$$

[이외의 해를 갖도록~ 행렬5형제 5번]

6. x, y에 대한 연립방정식

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix}$

가 $x=1$, $y=1$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은? [3점]

① 0 ② 2 ③ 4

④ 6 ⑤ 8

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ③]

[출제의도] 행렬로 나타내어진 연립방정식의 해가 무수히 많을 조건을 구한다.

1) 바꿔쓰자~~

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

$x=1$, $y=1$ 이외의 해를 갖도록 : $X=$, $Y=$ 이외의 해를 갖도록

2) 행렬을 푼다. 앞으로 보낸다.

$$\begin{pmatrix} (\quad) & 2 \\ 4 & (\quad) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3) 비정상, ad-bc=0

따라서 $(\quad)(\quad) - \quad = 0$에서

정리~

따라서 구하는 모든 실수 k의 값의 합은 4이다.

[지수방정식 특수한 경우 별표별표]

7. 지수방정식 $5^{2x}-5^{x+1}+k=0$이 서로 다른 두 개의 양의 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ②]

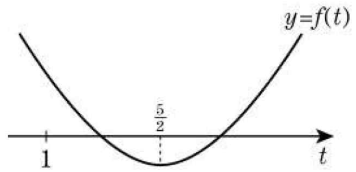
[출제의도] 지수방정식의 풀이 방법을 이해하여 두 양의 실근을 가질 조건을 구한다.

$5^x=t$로 치환하면 주어진 방정식은

$t^2-5t+k=0$ ⋯ ㉠

$x>0$이면 $t>1$이므로 주어진 방정식이 서로 다른 두 양의 실근을 가지려면 ㉠이 1보다 큰 서로 다른 두 실근을 가져야 한다.

$f(t)=t^2-5t+k$라 놓으면 $y=f(t)$의 그래프는 다음과 같아야 한다.



$f(1)=1-5+k>0$ ⋯ ㉡

(판별식)$=25-4k>0$ ⋯ ㉢

㉡, ㉢에서 $4<k<\frac{25}{4}$, $k=5, 6$

따라서 구하는 정수 k의 개수는 2이다.

1) 우선 이런건 바로 치환이지

$5^{2x}-5^{x+1}+k=0$: $t^2-(\quad)t+k=0$

2) 일단 2개 실근 갖으세요 조건으로

$25-\qquad>0$

2) 꼭지점은 아마도 $x=\frac{5}{2}$ 가운데 인데, 양의근 가지라고?

$x>0$ $\quad 5^x>$ 별표별표. 즉 $t>1$ 를 가지삼!

$f(t)=t^2-5t+k$ 라고 하고

$f(1)=\qquad>0$

3) 정리하고 나면~ $4<k<\frac{25}{4}$

따라서 구하는 정수 k의 개수는 ( )이다.

[등차중항 로그정리]

8. 세 수 1, $\log_2(2^x+1)$, $\log_2(4^x-1)$이 이 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 x의 값을 α라 할 때, 다음 중 옳은 것은?
[3점]

① $0<\alpha<1$ ② $1<\alpha<2$ ③ $2<\alpha<3$
④ $3<\alpha<4$ ⑤ $4<\alpha<5$

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 ②]
[출제의도] 등차중항의 뜻을 이해하여 로그방정식의 해를 구한다.

세 수 1, $\log_2(2^x+1)$, $\log_2(4^x-1)$이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

(가운데두배) = (앞) + (뒤)

$$2\log_2(2^x+1) = 1+\log_2(4^x-1)$$

$\log_2(2^x+1)^2 = \log_2(\quad) + \log_2(4^x-1)$ 로그로 정리~ 안에따면

$(2^x+1)^2 = 2(4^x-1)$ 귀찮으니 t치환 펼쳐~

$$(t+1)^2 = 2(t^2-1)$$

$t = 2^x =$ $\qquad x = \log_2 3 = \dfrac{\log 3}{\log 2}$

다음 중 가능한 보기는?

① $0<\alpha<1$ ② $1<\alpha<2$ ③ $2<\alpha<3$
④ $3<\alpha<4$ ⑤ $4<\alpha<5$

[계차수열의 정의]

9. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$a_{n+1} - a_n = 2^{n-5} + n$

을 만족시킬 때, $a_{10} - a_7$의 값은? [3점]

① 40 ② 44 ③ 48

④ 52 ⑤ 56

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ④]

[출제의도] 계차수열의 뜻을 이해하여 두 항의 차를 구한다.

$a_{n+1} - a_n = b_n$으로 놓으면

$a_{10} - a_7 = (a_{10} - a_9) + (a_9 - a_8) + (a_8 - a_7) = b_9 + b_8 + b_7 = (2^4 + 9) + (2^3 + 8) + (2^2 + 7) = 52$

해보자~ 1부터~

$a_{n+1} - a_n = 2^{n-5} + n$

$n = 1$ 일 때, $a_2 - a_1 = 2^{1-5} + 1 =$ 요건 b_1

$n = 2$ 일 때, $a_3 - a_2 = 2^{2-5} + 2 =$

$n = 3$ 일 때, $a_4 - a_3 = 2^{3-5} + 3 =$

$n = 4$ 일 때, $a_5 - a_4 = 2^{4-5} + 4 =$

아 계차구만...

$a_{10} - a_7$ 궁금하다고 함

$a_{10} = a_1 + \sum_{k=1} (b_k) = a_1 + (b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b \quad)$

$a_7 = a_1 + \sum_{k=1} (b_k) = a_1 + (b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b \quad)$

누구남니? $b_k = 2^{k-5} + k$

$a_{10} - a_7 = b_7 + b_8 + b_9 = (\qquad) + (\qquad) + (\qquad) =$

[밑이 다른 로그 정리하기]

10. $80^x=2$, $\left(\frac{1}{10}\right)^y=4$, $a^z=8$을 만족시키는 세 실수 x, y, z에 대하여 $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}-\frac{1}{z}=1$이 성립할 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 32 ② 64 ③ 96

④ 128 ⑤ 160

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ②]

[출제의도] 지수법칙을 이용하여 조건을 만족시키는 미지수의 값을 구한다.

자주 나오는 바꿔치기를~ $80^{(\log_{\text{누구}}\text{누구})}=2$

$80^x=2$ $80^{(\log_{\text{누구}}\text{누구})}=2$ $x=\log_{80}2$	$\left(\frac{1}{10}\right)^y=4$ $y=\log_{\left(\frac{1}{10}\right)}(\quad)$	$a^z=8$ $z=\log_{(\quad)}(\quad)$
$x=\frac{\log 2}{\log 80}$	$y=\frac{\quad}{\log\frac{1}{10}}$	$z=$

주어진 식은 $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}-\frac{1}{z}=1$

$$\frac{1}{\frac{\log 2}{\log 80}}+\frac{2}{\frac{\log 4}{\quad}}-\frac{1}{\frac{\quad}{\quad}}=1$$

$$\frac{\log 80}{\log 2}+\frac{2\log\frac{1}{10}}{2\log 2}-\frac{\log a}{\log 8}=1$$

$$\frac{\log 80}{\log 2}+\frac{\log\frac{1}{10}}{\log 2}-\frac{\log a}{\log 8}=1 \qquad \frac{\log 8}{\log 2}-\frac{\log a}{\log 8}=1$$

다나왔음~ 양수 a의 값은?

[별표별표 행렬 원하는 모양으로 정리~]

11. 역행렬을 갖는 이차정사각행렬 A가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A+A^{-1}=E$ (나) $A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$

행렬 A의 모든 성분의 합은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

① 11 ② 13 ③ 15

④ 17 ⑤ 19

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ②]

[출제의도] 행렬의 연산법칙과 역행렬의 뜻을 이해하여 행렬의 성분의 합을 구한다.

1) 계획을 세우자 $A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ 를 알려줬으니

$A\begin{pmatrix}2 & \quad\\3 & \quad\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & \quad\\5 & \quad\end{pmatrix}$ 구해서 구하면 되지

2) (가)의 양변에 행렬 A를 곱하면 $A^2+E=A$

$A^2+E=A$ 이거의 의미가 뭐니?

$(A^2+E)\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ $AA\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=$ $AA\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$	결국 우리가 원하는것? $AA\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ $A\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

3) 이제 다했다 구하자~

$A\begin{pmatrix}2 & \quad\\3 & \quad\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & \quad\\5 & \quad\end{pmatrix}$

$A=\begin{pmatrix}3 & 1\\5 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5 & -3\\-3 & 2\end{pmatrix}=$

따라서 행렬 A의 모든 성분의 합은 13이다.

[급수의 형태-극한]

12. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $n < a_n < n+1$을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}a_k$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$

④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ①]

[출제의도] $\sum$의 성질과 극한의 성질을 이용하여 극한값을 구한다.

$n < a_n < n+1$ 이런 기호 나왔고.. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}a_k$ 나왔으니까 아무래도

무한대 가면 같다부등호 규칙!!

$n < a_n < n+1$에서

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}a_k = \lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n^2}$$

$\sum_{k=1}^{n}(k) = \frac{\qquad}{2}$	$\sum_{k=1}^{n}(k+1) = \frac{\qquad}{2} +$

$\sum_{k=1}^{n}k < \sum_{k=1}^{n}a_k < \sum_{k=1}^{n}(k+1)$이므로

$$\frac{n(n+1)}{2} < \sum_{k=1}^{n}a_k < \frac{n(n+1)}{2} + n$$

$$\frac{n(n+1)}{2n^2} < \frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}a_k < \frac{n(n+1)}{2n^2} + \frac{1}{n}$$

무한대 가면 같다부등호 최고차항의 비

[무한등비급수 완전별표 완전가능]

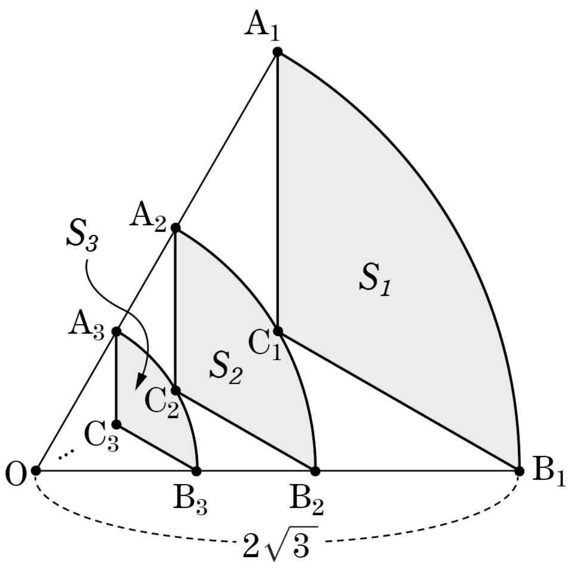
13. 그림과 같이 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$이고 $\angle A_1OB_1 = 60°$인 부채꼴 A_1OB_1이 있다.

세 점 A_1, O, B_1을 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_1OB_1의 무게중심을 C_1이라 할 때, 두 선분 A_1C_1, B_1C_1과 호 A_1B_1로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1이라 하자.

점 O를 중심으로 하고 점 C_1을 지나는 원이 두 선분 OA_1, OB_1과 만나는 점을 각각 A_2, B_2라 하자. 세 점 A_2, O, B_2를 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_2OB_2의 무게중심을 C_2라 할 때, 두 선분 A_2C_2, B_2C_2와 호 A_2B_2로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2라 하자.

점 O를 중심으로 하고 점 C_2를 지나는 원이 두 선분 OA_2, OB_2와 만나는 점을 각각 A_3, B_3이라 하자. 세 점 A_3, O, B_3을 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_3OB_3의 무게중심을 C_3이라 할 때, 두 선분 A_3C_3, B_3C_3과 호 A_3B_3으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_3이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 도형의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $2\pi - \sqrt{3}$　② $2\pi - 2\sqrt{3}$　③ $2\pi - 3\sqrt{3}$
④ $3\pi - 3\sqrt{3}$　⑤ $3\pi - 4\sqrt{3}$

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ④]

[출제의도] 도형의 닮음을 이용하여 무한급수의 합을 구한다.

점 C_1은 정삼각형 A_1OB_1의 무게중심이므로 삼각형 A_1OC_1의 넓이와 삼각형 C_1OB_1의 넓이는 각각 삼각형 A_1OB_1의 넓이의 $\frac{1}{3}$이다. 따라서 삼각형 C_1OB_1의 넓이는 $\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(2\sqrt{3})^2=\sqrt{3}$이다.

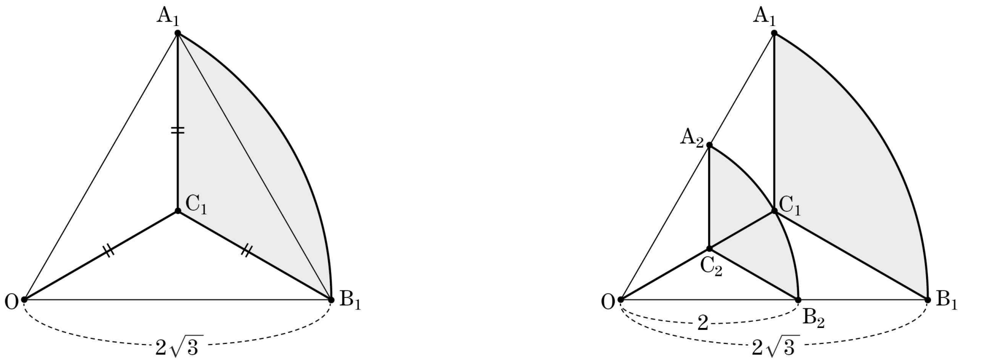
S_1은 부채꼴 A_1OB_1의 넓이에서 두 삼각형 A_1OC_1, C_1OB_1의 넓이를 뺀 값이므로

$S_1=\frac{1}{2}\cdot(2\sqrt{3})^2\cdot\frac{\pi}{3}-2\sqrt{3}=2\pi-2\sqrt{3}$

부채꼴 A_1OB_1과 부채꼴 A_2OB_2의 닮음비는 $2\sqrt{3}:2=\sqrt{3}:1$이므로 넓이의 비는 $3:1$이다.

따라서 수열 $\{S_n\}$은 첫째항이 $2\pi-2\sqrt{3}$, 공비가 $\frac{1}{3}$인 등비수열이다.

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}S_n=\frac{2\pi-2\sqrt{3}}{1-\frac{1}{3}}=3\pi-3\sqrt{3}$



한변의 길이가 $(2\sqrt{3})$ 인 부채꼴 1/6 쪽 넓이

$$\pi(\qquad)^2\cdot\left(\frac{1}{6}\right)=$$

한변의 길이가 $(2\sqrt{3})$ 인 정삼각형의 2/3 넓이 빠짐

$$\frac{\sqrt{3}}{4}(\qquad)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)=$$

초항

$$S_1=\qquad\qquad=2\pi-2\sqrt{3}$$

(처음한변길이)(길이비?)=(나중한변길이)

넓이비 =

$$\therefore \frac{a}{1-r}=\frac{\qquad}{1-\frac{1}{3}}=$$

[로그 식정리]

14. 신경세포 또는 근육세포와 같은 대부분의 세포에서는 흥분하지 않은 상태에서 세포의 외부와 내부의 전위차가 생기는데 이것을 휴지전위라고 한다.

세포의 외부와 내부의 칼륨이온 농도(단위는 mM)가 각각 $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$, $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$일 때의 휴지전위(단위는 mV)를 E_K라 하면 등식

$E_\mathrm{K} = t\left(\log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O} - \log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}\right)$ (단, t는 양의 상수이다.)

$[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$	$[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$	E_K
a	b	p
$10a$	b	$p+60$
$10^2 a$	$\sqrt{10}\,b$	$p+q$

가 성립한다. $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$, $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$, E_K의 값이 표와 같을 때, 실수 q의 값은? [4점]

① 90 ② 120 ③ 150 ④ 180 ⑤ 210

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ①]

[출제의도] 로그의 성질을 이해하여 로그로 나타내어진 실생활 문제를 해결한다.

$E_\mathrm{K} = t\log\dfrac{[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}}{[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}}$ 이므로 $p = t\log\dfrac{a}{b}$

또, $p+60 = t\left(1+\log\dfrac{a}{b}\right)$

$= t + t\log\dfrac{a}{b}$

$= t+p$

$\therefore\ t = 60$

따라서 $p+q = t\log\dfrac{10^2 a}{\sqrt{10}\,b}$

$= t\left(\dfrac{3}{2}+\log\dfrac{a}{b}\right)$

$= \dfrac{3}{2}t + p$

$\therefore\ q = \dfrac{3}{2}t = \dfrac{3}{2}\cdot 60 = 90$

$$E_\mathrm{K} = t\left(\log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O} - \log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}\right)$$

1식 대입) $p = t(\log(\quad) - \log(\quad))$

2식 대입) $p+60 = t(\log(\quad) - \log(\quad))$ 이쁘게

3식 대입) $p+q = t(\log(\quad) - \log(\quad))$ 이쁘게

실수 q의 값은?

[시그마 정리할줄 아니?]

15. n이 자연수일 때, x에 대한 방정식

$$\sum_{k=0}^{n}(x-k)^2=\sum_{k=1}^{n}(x+k)^2$$

의 0이 아닌 해를 $x=a_n$이라 하자. a_{10}의 값은? [3점]

① 180 ② 200 ③ 220 ④ 240 ⑤ 260

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ③]

[출제의도] Σ의 성질을 이용하여 Σ로 나타내어진 방정식의 해를 구한다.

$\sum_{k=0}^{n}(x-k)^2=\sum_{k=1}^{n}(x+k)^2$에서

$x^2+\sum_{k=1}^{n}(x-k)^2=\sum_{k=1}^{n}(x+k)^2$

$x^2+\sum_{k=1}^{n}\{(x-k)^2-(x+k)^2\}=0$

$x^2-\sum_{k=1}^{n}4kx=0,\ x^2-4x\sum_{k=1}^{n}k=0$

$x^2-4x\cdot\frac{n(n+1)}{2}=0$

$x\neq0$이므로 $x=2n(n+1)=a_n$

$\therefore\ a_{10}=20\cdot11=220$

<u>주의주의 0부터래~</u>

$$\sum_{k=0}^{n}(x-k)^2=\sum_{k=0}^{n}(x^2-\qquad+\qquad)=x^2+\sum_{k=1}^{n}(x^2-\qquad+\qquad)$$

$$\sum_{k=1}^{n}(x+k)^2=\sum_{k=1}^{n}(x^2+\qquad+\qquad)$$

근데 두개가 같대 뭐가 같다?

$$x^2+nx^2-2x\sum_{k=1}^{n}(k)+\sum_{k=1}^{n}(k^2)=nx^2+2x\sum_{k=1}^{n}(k)+\sum_{k=1}^{n}(k^2)$$

사실 이렇게 해도 똑같아

$$x^2-4x\sum_{k=1}^{n}(k)=0$$

$$x^2-4x\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)=x\{x-\qquad\qquad\}$$

0말고 또다른근?

$x=$

$n=10$ 일때~ $a_{10}=x=$

[정의를 묻는 지수&로그]

16. 등식 $2^a = 5^b$을 만족시키는 양의 실수 a, b에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $b = \frac{1}{2}$이면 $a = \log_4 5$이다.

ㄴ. $2 < \frac{a}{b} < 3$

ㄷ. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$은 무리수이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 ③]
[출제의도] 지수와 로그의 성질을 이해하여 명제의 참·거짓을 판정한다.
ㄱ. $2^a = 5^b$ 에서 $b = \frac{1}{2}$이면

$$2^{(\quad\quad)} = \sqrt{5}, \quad a = \log_2 \sqrt{5} = \frac{\log\sqrt{5}}{\log 2} = \frac{\frac{1}{2}log5}{\log 2} = \frac{\log 5}{\log 4} \text{ (참)}$$

ㄴ. $2^a = 5^b$에서 $\frac{a}{b}$ 를 찾아내려면 앞으로 묶기

$$(2^a)^{\frac{1}{b}} = (5^b)^{\frac{1}{b}} = \qquad 2^{\frac{a}{b}} = 5$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \log_2 5 = 2.XXX \qquad \text{(참)}$$

ㄷ. $2^a = 5^b = k \ (k > 1)$ 뭔지는 모르지만~ 달라지지~k에 따라~

$$a = \log_2 k = \frac{\log k}{\log 2} \qquad b = \log_5 k = \frac{\log k}{\log 5}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{\log 2}{\log k} + \frac{\log 5}{\log k} = \frac{\log 10}{\log k}$$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$은 유리수도 가능하지~

[식정리하고 칸채우기]

17. 일반항이 $a_n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$인 수열 $\{a_n\}$에서 a_n의 값이 6의 배수인 항들을 작은 것부터 차례로 나열한 수열을 $\{b_n\}$이라 할 때, 다음은 $\sum_{k=1}^{4n} b_k$를 구하는 과정이다.

> $a_{n+12} - a_n = \boxed{\text{(가)}}$이므로 $a_{n+12} - a_n$은 6의 배수이다. …… ㉠
>
> a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_{12} 중에서 6의 배수인 것은
>
> $a_3 = 6$, $a_8 = 36$, $a_{11} = 66$, $a_{12} = 78$이므로
>
> $b_1 = a_3$, $b_2 = a_8$, $b_3 = a_{11}$, $b_4 = a_{12}$이다. …… ㉡
>
> ㉠, ㉡에서
>
> $b_{4n-3} = a_{12n-9} = 6(4n-3)(3n-2)$
>
> $b_{4n-2} = a_{12n-4} = 6(3n-1)(4n-1)$
>
> $b_{4n-1} = \boxed{\text{(나)}}$
>
> $b_{4n} = 6n(12n+1)$
>
> 따라서 $\sum_{k=1}^{4n} b_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\boxed{\text{(다)}} \right) = \boxed{}$

위의 (가), (나), (다)에 들어갈 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$라 할 때, $f(1)+g(2)+h(1)$의 값은? [4점]

① 552 ② 558 ③ 564
④ 570 ⑤ 576

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ①]

[출제의도] 증명 과정을 이해하여 빈 칸에 들어갈 식을 구한다.

1) $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$라 할 때, $f(1)+g(2)+h(1)$

$a_{n+12}-a_n=$ (가) 이므로

$a_{n+12}-a_n=\frac{(n+12)(n+13)}{2}-\frac{n(n+1)}{2}$ $\qquad a_n=\frac{n(n+1)}{2}$

그냥 바로 1대입 $f(1)=\frac{(1+12)(1+13)}{2}-\frac{1(1+1)}{2}=$

$f(1)=90$

2) $a_3=6$, $a_8=36$, $a_{11}=66$, $a_{12}=78$이므로

$b_1=a_3$, $b_2=a_8$, $b_3=a_{11}$, $b_4=a_{12}$이다. …… ㉡ 순환을 이해하자

	$n=1$	$n=2$	$n=3$
$b_{4n-3}=a_{12n-9}=6(4n-3)(3n-2)$	$b_1=a_3=6$	$b_5=a_{15}=$	$b_9=a_{27}=$
$b_{4n-2}=a_{12n-4}=6(3n-1)(4n-1)$	$b_2=a_8=36$	$b_6=a_{20}=$	$b_{10}=a_{32}=$
$b_{4n-1}=$ (나)	$b_3=a_{11}=66$	$b_7=a_{23}=$	$b_{11}=a_{35}=$
$b_{4n}=6n(12n+1)$	$b_4=a_{12}=78$	$b_8=a_{24}=$	$b_{12}=a_{36}=$

즉 빈칸은?

$b_{4n-1}=a_{12n-1}=6n(12n-1)$

$g(2)=12(23)=276$

3) 빈칸은 사실 $\therefore \sum_{k=1}^{4n}b_k=\sum_{k=1}^{n}(b_{4k-3}+b_{4k-2}+b_{4k-1}+b_{4k})=\sum_{k=1}^{n}6(48k^2-24k+7)=6(16n^3+12n^2+3n)$

4개씩 n세트 하는건데 ~ 식정리 안하고 대입만 해도됨

따라서 $\sum_{k=1}^{4n}b_k=\sum_{k=1}^{n}($ (다) $)=$ ☐

$h(1)=b_1+b_2+b_3+b_4=$

$f(1)+g(2)+h(1)=90+276+186=552$

[행렬 문자정리]

18. 두 이차정사각행렬 A, B는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $BA+B=E$
(나) $A^2B=A+E$

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. 행렬 B의 역행렬이 존재한다.
ㄴ. $AB=BA$
ㄷ. 행렬 AB의 모든 성분의 합은 -2이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 ⑤]
[출제의도] 주어진 조건을 만족시키는 행렬의 성질에 대한 명제의 참·거짓을 판정한다.

ㄱ. 조건 (가)에서

$BA+B=E$ 이렇게 묶어지지! $B(A+E)=E$ 이므로 $B^{-1}=A+E$ (참)

ㄴ. 역행렬 때문에 바꿔쓰기가 가능하므로 (참)

$(A+E)B=AB+B=E$

$AB=BA$

$AB=BA=E-B$

ㄷ. 행렬 AB의 모든 성분의 합은 -2이다? 어떻게 E관련인가...

ㄷ. $A^2B=A+E$ 정리해 보면?

$$A^2B=A(AB)=A(E-B)=A-AB=A+E$$

$$\therefore\ AB=-E=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

따라서 행렬 AB의 모든 성분의 합은 -2이다. (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

[부분분수합]

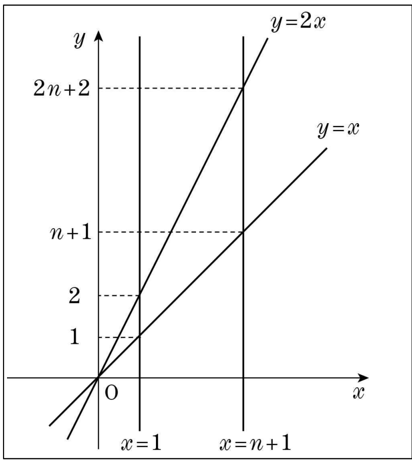
19. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 네 직선 $x=1$, $x=n+1$, $y=x$, $y=2x$로 둘러싸인 사각형의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{S_n}$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{2}$　　② 1　　③ $\frac{3}{2}$

④ 2　　⑤ $\frac{5}{2}$

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 ③]
[출제의도] 도형의 넓이를 나타내는 수열을 구한 후 부분분수로 변형하여 무한급수의 합을 구한다.

네 직선 $x=1$, $x=n+1$, $y=x$, $y=2x$로 둘러싸인 사각형은?
도형 그리고 색칠하자~

	$\frac{1}{2}$(왼쪽변+오른쪽변)(높이) $=\frac{1}{2}(\qquad)(\quad)$ $=\frac{n(n+2)}{2}$

결국 이걸 구하래~

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{S_n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n(n+2)}=\frac{2}{1\cdot 3}+\frac{2}{2\cdot 4}+\frac{2}{3\cdot 5}+\frac{2}{4\cdot 6}+\cdots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{S_n}=(2)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\quad+\frac{\quad}{\quad}\right)=$$

[지표가수 관련 작년 3월, 수능 등에 출제]

20. 다음 조건을 만족시키는 자연수 n의 개수는? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

(가) $[\log_3 n] = 3$
(나) $[\log n^2] = [\log 2n] + 2$

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 ④]
[출제의도] 상용로그의 지표의 성질을 이용하여 조건을 만족시키는 자연수의 개수를 구한다.

1) 일단 가부터 보자~ $[\log_3 n] = 3$, $\log_3 n = 3.XXX$

$n = 27, 28, 29, 30, 31, 32, \cdots, 80$

2) 이건 상용로그구나 : $[\log n^2] = [\log 2n] + 2$ 확인하자~
왼쪽 오른쪽 중에 좀더 쉬운것 기준으로 나눠봄 앞기준~

$\log(2n) = 1.XXX$　　$n = 27, 28, 29, 30, 31, 32, \cdots, 49$

식에서 오른쪽의미 $2\log n = 3.XXX$	$3 \le \log n^2 < 4$ 의미는 제곱한게 1000~10000	$3 \le 2\log n < 4$ $\frac{3}{2} \le \log n < 2$ $10\sqrt{10} \le n < 100$

$n = 32, \cdots, 49$　　(18개)

$\log(2n) = 2.XXX$　　$n = 50, 51, 52, 53, \cdots, 80$

식에서 오른쪽의미 $2\log n = 4.XXX$	$4 \le \log n^2 < 5$ 의미는 제곱한게 10000~100000	$4 \le 2\log n < 5$ $2 \le \log n < \frac{5}{2}$ $100 \le n < 100\sqrt{10}$

$n =$ 없음　　(0개)

따라서 구하는 자연수 n의 개수는 18이다.

[급수정의]

21. 자연수 n에 대하여 다음 시행을 한다.

n이 홀수이면 n에서 1을 빼고, n이 짝수이면 n을 2로 나눈다.

자연수 n이 1이 될 때까지 반복한 시행의 횟수를 a_n이라 정의하자. 예를 들어 $a_7=4$, $a_8=3$이다. $S_n=\sum_{k=2^n}^{2^n+3} a_k$라 할 때, S_{50}의 값은? (단, $a_1=0$이다.) [4점]

① 200 ② 201 ③ 202 ④ 203 ⑤ 204

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 ⑤]
[출제의도] 조건을 만족시키는 수열을 추론하여 식의 값을 구한다.

1	$a_1=0$	$5\to4\to2\to1$	$a_5=3$
$2\to1$	$a_2=1$	$6\to3\to2\to1$	$a_6=3$
$3\to2\to1$	$a_3=2$	$7\to6\to3\to2\to1$	$a_7=4$
$4\to2\to1$	$a_4=2$	$8\to4\to2\to1$	$a_8=3$

궁금한것 $S_{50}=\sum_{k=2^{50}}^{2^{50}+3} a_k$

2^{50} $\qquad a_{2^{50}}=50$

$2^{50}+1\to2^{50}\to$ $\qquad a_{2^{50}+1}=51$

$2^{50}+2\to(2^{49}+1)\to2^{49}\to$ $\qquad a_{2^{50}+2}=51$

$2^{50}+3\to2^{50}+2\to(2^{49}+1)\to2^{49}\to$ $\qquad a_{2^{50}+2}=52$

$\therefore\ S_{50}=50+51+51+52=$

[등차수열의 등차]

22. 등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_1=4$, $a_2+a_3=17$일 때, a_4의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 13]
[출제의도] 등차수열의 뜻을 이해하여 등차수열의 항을 구한다.

$$a_2+a_3=17$$
$$(a+d)+(\qquad\quad)=17$$

$$d=$$

$$a_4=a+3d=$$

[지수식 제곱하여 정리하기]

23. $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=10$을 만족시키는 양수 a에 대하여 $a+a^{-1}$의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 98]
[출제의도] 지수법칙을 이해하여 식의 값을 구한다.

$a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=10$ 에서 주어진 정보

$$\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)=10$$

$$\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)=a+1+1+\frac{1}{a}=$$

$$a+a^{-1}=$$

[로그함수 이동]

24. 함수 $y=\log_3\left(\frac{x}{9}-1\right)$의 그래프는 함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동시킨 것이라 할 때, $10(m+n)$의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 70]
[출제의도] 로그의 성질을 이해하여 로그함수의 그래프를 평행이동시킨 그래프의 식을 구한다.

$$y=\log_3\left(\frac{x}{9}-1\right)$$

$$y=\log_3\left\{(x-\quad)\left(\frac{1}{9}\right)\right\}$$

$$y=\log_3(x-9)+\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$$

$$y=\log_3(x-9)-(\quad)$$

x축의 방향으로 얼마만큼?
y축의 방향으로 얼마만큼?

$10(m+n)=$

[행렬그래프]

25. 꼭짓점의 개수가 5인 그래프 G의 연결 관계를 나타내는 행렬을 P라 할 때, 행렬 P의 (i, j) 성분 a_{ij}는 다음과 같다.

$$a_{ij}=\begin{cases} 0 & (i+j\text{가 짝수일 때}) \\ 1 & (i+j\text{가 홀수일 때}) \end{cases} \quad (i=1,2,3,4,5,\ j=1,2,3,4,5)$$

그래프 G의 변의 개수를 m이라 할 때, m^2의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 36]

[출제의도] 그래프의 연결 관계를 나타내는 행렬의 뜻을 이해하여 그래프의 변의 개수를 구한다.

조건에 따라 행렬 P를 구하면 다음과 같다.

$$P=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

전체 안의 합 =

선갯수는 반띵 =

$$m^2=$$

[수열에 규칙을 발견]

26. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$, $a_2=1$이고 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n+2}-a_{2n}=1$
(나) $a_{2n+1}-a_{2n-1}=0$

$a_{100}+a_{101}$의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 51]
[출제의도] 조건을 만족시키는 수열을 추론하여 항의 값을 구한다.
수열 $\{a_n\}$의 각 항을 구하면 다음과 같다.

(가) $a_{2n+2}-a_{2n}=1$
(나) $a_{2n+1}-a_{2n-1}=0$

$n=1$ 일 때~		$n=2$ 일 때~		$n=3$ 일 때~	
$a_4-a_2=1$	$a_4=2$	$a_6-a_4=1$	$a_6=3$	$a_8-a_6=1$	$a_8=4$
$a_3-a_1=0$	$a_3=1$	$a_5-a_3=0$	$a_5=1$	$a_7-a_5=0$	$a_7=1$

$a_{100}=$

$a_{101}=$

따라서 $a_{100}+a_{101}=$

[부분분수합 대입 or 식으로]

27. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_n = \dfrac{6n}{n+1}$이다. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + a_{n+1})$의 값을 구하시오. [4점]

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 9]
[출제의도] 수열의 합 S_n과 일반항 a_n의 관계를 이해하여 무한급수의 합을 구한다.

$S_n = \dfrac{6n}{n+1}$에서

$$a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{6n}{n+1} - \frac{6(n-1)}{n} = \frac{6n^2 - 6(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{6}{n(n+1)}\ (n \geq 2)$$

$a_1 = S_1 = 3$이므로 $a_n = \dfrac{6}{n(n+1)}\ (n \geq 1)$

$$\therefore\ a_n + a_{n+1} = \frac{6}{n(n+1)} + \frac{6}{(n+1)(n+2)} = 6\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) + 6\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) = 6\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)$$

$$\therefore\ \sum_{n=1}^{\infty}(a_n + a_{n+1}) = 6\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right) = 6\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right)$$

$$= 6\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) = 6\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 9$$

[다른풀이1]

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty}\frac{6n}{n+1} = 6$$

$$\lim_{n\to\infty} S_{n+1} = \lim_{n\to\infty}\frac{6n+6}{n+2} = 6$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + a_{n+1}) = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}(a_k + a_{k+1}) = \lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{n}a_k + \sum_{k=1}^{n}a_{k+1}\right) = \lim_{n\to\infty}(S_n + S_{n+1} - a_1) = \lim_{n\to\infty}S_n + \lim_{n\to\infty}S_{n+1} - a_1$$

$$= 6 + 6 - 3 = 9\ (\because a_1 = S_1 = 3)$$

[다른풀이2]

$$a_n + a_{n+1} = (S_n - S_{n-1}) + (S_{n+1} - S_n) = S_{n+1} - S_{n-1} = \frac{6(n+1)}{n+2} - \frac{6(n-1)}{n} = \frac{6n(n+1) - 6(n-1)(n+2)}{n(n+2)} = \frac{12}{n(n+2)} = 6\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)(n \geq 2)$$

$a_1 + a_2 = S_2 = 4$이므로

$$a_n + a_{n+1} = 6\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)(n \geq 1)$$

$S_n = \dfrac{6n}{n+1}$ 필요한걸로 나타내지

$a_1 = \dfrac{6}{1+1} = \dfrac{6}{2}$	$a_1 = 3$	
$a_1 + a_2 = \dfrac{6 \cdot 2}{2+1} = \dfrac{12}{3}$	$a_2 = 1$	$a_1 + a_2 = 6\left(\dfrac{2}{3} - 0\right) = 6\left(\dfrac{2}{3}\right)$
$a_1 + a_2 + a_3 = \dfrac{6 \cdot 3}{3+1} = \dfrac{18}{4}$	$a_3 = \dfrac{7}{2}$	$a_2 + a_3 = 6\left(\dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{2}\right) = 6\left(\dfrac{2}{8}\right)$
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \dfrac{6 \cdot 4}{4+1} = \dfrac{24}{5}$	$a_4 =$	$a_3 + a_4 = 6\left(\dfrac{4}{5} - \dfrac{2}{3}\right) = 6\left(\dfrac{2}{15}\right)$
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \dfrac{6 \cdot 5}{5+1} = \dfrac{30}{6}$	$a_5 =$	$a_4 + a_5 = 6\left(\dfrac{5}{6} - \dfrac{3}{4}\right) = 6\left(\dfrac{2}{24}\right)$

계속 더하는 의미를 알겠음~~

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + a_{n+1}) = 6\left(\frac{2}{3} + \frac{2}{8} + \frac{2}{15} + \frac{2}{24} + \cdots\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + a_{n+1}) = 6\left(\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{4 \cdot 6} + \cdots\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + a_{n+1}) = 6(2)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2}\right) = 6\left(\frac{3}{2}\right) = 9$$

[수열의 극한 묶어서 표현하기]

28. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$
(나) $\lim_{n\to\infty} (2a_n - 5b_n) = 3$

$\lim_{n\to\infty} \frac{2a_n + 3b_n}{a_n + b_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 23]

[출제의도] 수렴하는 수열에 대한 극한의 성질을 이해하여 극한값을 구한다.

1) 이해하기 $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$ 엄청크다

2) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{a_n} = 0$

3) 나눌수 있다.

$\lim_{n\to\infty} \frac{2a_n - 5b_n}{a_n} = 0$ $\quad 2 - \lim_{n\to\infty} \frac{5b_n}{a_n} = 0$

$\lim_{n\to\infty} \frac{5b_n}{a_n} = 2$ $\quad \lim_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n} = \frac{2}{5}$

4) 같은걸로 표현하자

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2a_n + 3b_n}{a_n + b_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{2 + 3\left(-\right)}{1 + \left(-\right)} = \underline{\qquad\qquad}$$

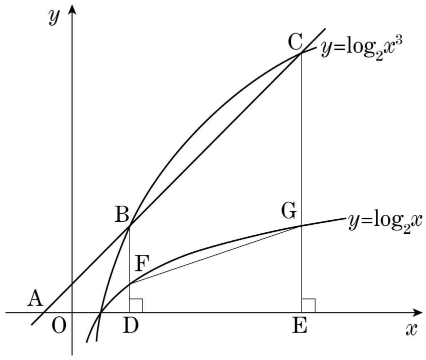
$\therefore\ p + q =$

[로그함수의 값구하기]

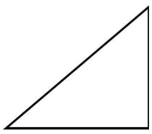
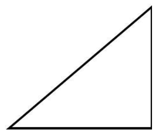
29. 그림과 같이 x축 위의 한 점 A를 지나는 직선이 곡선 $y=\log_2 x^3$과 서로 다른 두 점 B, C에서 만나고 있다.

두 점 B, C에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하고, 두 선분 BD, CE가 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 점을 각각 F, G라 하자.

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{BC}}=1:2$이고, 삼각형 ADB의 넓이가 $\dfrac{9}{2}$일 때, 사각형 BFGC의 넓이를 구하시오.
(단, 점 A의 x좌표는 0보다 작다.) [4점]



[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 24]
[출제의도] 로그함수와 도형의 성질을 이용하여 도형의 넓이를 구한다.
길이로 해도 된다

빗변 k  BD = t	빗변 $3k$  CE = 3t
삼각형 ADB의 넓이가 $\dfrac{9}{2}$	삼각형 ACE의 넓이가 $\dfrac{81}{2}$

바닥 기준 BFED	사각형 BFGC
$\frac{1}{2}(t+3t)(\overline{DE})=\frac{72}{2}=36$ $2t=36$	$\frac{1}{2}(\frac{2}{3}(t)+\frac{2}{3}(3t))(\overline{DE})=\frac{2}{3}\cdot 36=24$

jina_ssam@naver.com

[급수 규칙발견]

30. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 점 P_n, Q_n을 다음 규칙대로 잡는다.

(가) 점 P_1의 좌표는 $(0, 0)$이다.
(나) 점 P_n을 x축의 방향으로 n만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동시킨 점은 Q_n이다.
(다) 점 Q_n을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점은 P_{n+1}이다.

점 Q_n의 좌표를 (a_n, b_n)이라 할 때, $a_{21}+b_{21}$의 값을 구하시오. [4점]

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 462]

[출제의도] 조건을 만족시키는 수열을 추론하여 항의 값을 구한다.

점 P_n, Q_n의 좌표는 다음과 같다.

	Q_n 의 x 좌표 기준	Q_n 의 y 좌표 기준
$\mathrm{P}_1(0, 0)$, $\mathrm{Q}_1(1, 1)$ $\mathrm{P}_2(0, 2)$, $\mathrm{Q}_2(2, 4)$ $\mathrm{P}_3(1, 5)$, $\mathrm{Q}_3(4, 8)$ $\mathrm{P}_4(3, 9)$, $\mathrm{Q}_4(7, 13)$ $\mathrm{P}_5(6, 14)$, $\mathrm{Q}_5(11, 19)$ $\mathrm{P}_6(10, 20)$, $\mathrm{Q}_6(16, 26)$ $\vdots$	$a_1=1$ $a_2=1-1+2$ $a_3=1-1+2-1+3$ $a_4=1-1+2-1+3-1+4$	$b_1=1$ $b_2=1+1+2$ $b_3=1+1+2+1+3$ $b_4=1+1+2+1+3+1+4$

$$a_{21}=-20+\sum_{k=1}^{21}k= \qquad =211$$

$$b_{21}=+20+\sum_{k=1}^{21}k= \qquad =251$$

$a_{21}+b_{21}=$

[2012.03.14 서울 고3 모의고사 가형-미통]

총 3점X9 4점X6개	미적분과 통계기본(수학2) 범위	+ 가능
07(3) ☺	삼차함수 공식으로 무한대, 극값정의	
16(4) ☺	0.001, -0.001, 0 으로 연속 판단하기	
19(4) ☺	절대값있을 때, 식 고치기 한 후 미분	
24(3) ☺	다항함수와 로피탈	
30(4) ☺☺☺☺☺	고난이도 4차식과 접선	

[2012.03.14 서울 고3 모의고사 나형-수1]

총 2X3,3X13,4X14	수학1 범위	+ 가능
01(2)	로그정리	
02(2)	행렬연산	
03(2)	극한 최고차항	
04(3)	역행렬	
05(3)	급수가 수렴할때 극한값은 영	
06(3)	이외의 해를 가질때, 행렬 5형제 5번	
07(3) ☺☺	지수방정식 정리	
08(4) ☺☺	등차수열과 로그 정리	
09(3) ☺	계차수열의 정의	
10(3) ☺	로그 밑이 다를때 정리	
11(4) ☺	주어진 정보로 행렬 A 알아내기	
12(3) ☺	부등호 양쪽에 있을때 극한가면 같다부등호	
13(4) ☺☺☺☺☺	무한급수의 수렴	
14(4) ☺	로그 식 3개 세워서 정리	
15(3) ☺☺☺☺☺	시그마를 잘 정리하는법	
16(4) ☺☺☺	로그, 지수의 성질	
17(4) ☺☺☺☺☺	귀납법 칸채우기	
18(4) ☺☺☺	행렬의 문자정리	
19(4) ☺☺☺	도형의 넓이로 부분분수합	
20(4) ☺☺☺☺☺	지표가수의 성질을 이용한, 자연수의 갯수	
21(4) ☺☺☺	급수의 정의	
22(3)	등차수열	
23(3)	지수식 제곱하여 정리하기	
24(3)	로그함수의 이동	
25(3)	행렬그래프 변의 갯수	
26(3) ☺☺	수열 규칙발견	
27(4) ☺☺☺☺☺	부분분수합	
28(4) ☺	수열의 극한 묶어서 표현하기	
29(4) ☺☺☺	로그함수에서 삼각형, 사다리꼴 넓이 표현	
30(4) ☺☺☺	급수 규칙발견	