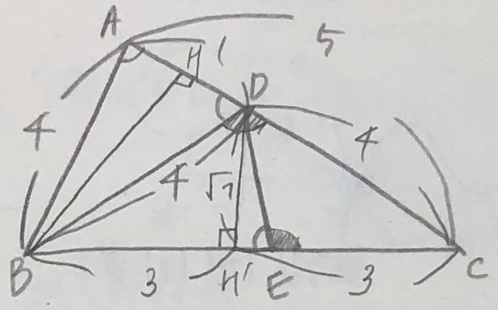
6평 공통

12. $\overline{AB}=4$ $\overline{AC}=5$

$\cos(\angle BAC)=\frac{1}{8}$

$\angle BAC=\angle BDA=BED$ ㉠ $\overline{DE}$



풀이①

$\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{1}{8}$ $8\overline{AH}=4$

$\overline{AH}=\frac{1}{2}$

$\overline{AH}=\overline{HD}$ 이므로

$\overline{AD}=1$, $\overline{DC}=4$

$\overline{BD}$도 4 이므로 $\triangle BDC$는 이등변$\triangle$

$\overline{BC}$ 길이 → $\cos(\angle BDC)=-\frac{1}{8}$
$\exists x$

$-\frac{1}{8}=\frac{16+16-x^2}{2\times4\times4}$

$\boxed{x=6}$

피타고라스 → $\overline{DH'}=\sqrt{7}$

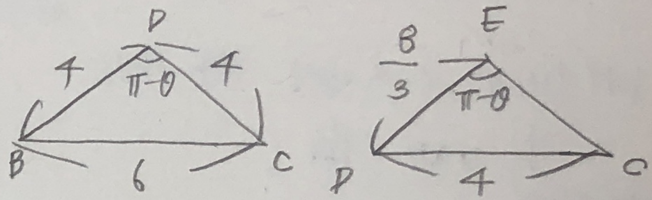
$\frac{\sqrt{7}}{\overline{DE}}=\sin\theta=\frac{3\sqrt{7}}{8}$

$\therefore \overline{DE}=\frac{8}{3}$

풀이② $\angle BDC=\pi-\theta=\angle DEC$

+ $\angle C$를 공통으로 가진다

$\triangle BDC$와 $\triangle DEC$ 닮음



3 : 2 닮음 이므로

$3:2=\overline{BD}:\overline{DE}$
↓
4

$8=3\overline{DE}$

$\overline{DE}=\frac{8}{3}$ ∴ 답 : ③

20. $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x + 3$

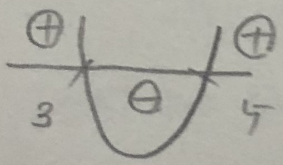
$g(x) = \int_a^x \{f(x) - f(t)\} \times \{f(t)\}^4 dt$ → 오직 하나의 극값을 가지는 a의 합

$g(x) = f(x)\int_a^x \{f(t)\}^4 dt - \int_a^x \{f(t)\}^4 dt$

$g'(x) = f'(x) \boxed{\int_a^x \{f(t)\}^4 dt}$

$3x^2 - 24x + 45$

$3(x-3)(x-5)$



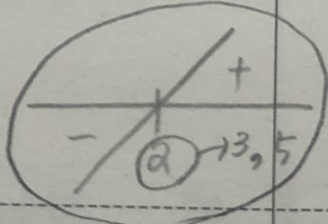
→ $\{f(x)\}^4 \ge 0$

$\int_a^x \square \, dx$

$x \ge a$ $\quad \square \ge 0$

$x < a$ $\quad \square < 0$

$\int_a^x \{f(x)\}^4 dx$



그래프 대충 개형

(정확한거 ××)

$3+5$

$= 8$

21. 최고차항의 계수 1인 이차함수 $f(x)$

(가) x에 대한 방정식 $(x^n-64)f(x)=0$

→ 서로 다른 두 실근, 각각의 실근

→ 중근

(나) $f(x)$의 최솟값 → 음의 정수

(가)조건분석 n → 홀수 → 근 1개 → 조건에안맞음.

→ 짝수 → 근 2개 → 가능.

$\therefore$ n은 짝수 $(n=2k)$

$(x^{2k}-64)$ → 2^6

$x=\pm 2^{\frac{6}{2k}} = \pm 2^{\frac{3}{k}}$

$f(x)=(x-2^{\frac{3}{k}})(x+2^{\frac{3}{k}})$

$x=0$

$=\boxed{x^2-2^{\frac{6}{k}}}$ 분석 완료.

↓ (=0 이되어야함)

$\therefore$ $2^{\frac{6}{k}}$이 정수여야함

$(k=6, 3, 2, 1)$ 이므로

↓ ×2배 ($n=2k$라고 잡았으므로)

$n=12, 6, 4, 2$

모두 더하면 24

14. $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$

두 양수 p, q $g(x)$ → 모든 실수의 전체집합에서 연속

(가) $xg(x)=|xf(x-p)+qx|$ $(x\neq 0)$

(나) $g(x)$가 $x=a$에서 미분 불가능

→ a가 1개!

(가) 조건 분석
$g(x)$로 나타내기 위해 x로 양변 나누기

$$g(x)=\frac{|xf(x-p)+qx|}{x}$$

(쉽게 보기 위해 절댓값 분리) ↓

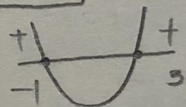
$$g(x)=\frac{|x|\times|f(x-p)+q|}{x}$$

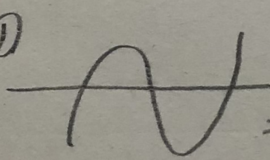
→ x가 절댓값이므로 양수/음수 나누기

$|f(x-p)+q|$ $(x>0)$

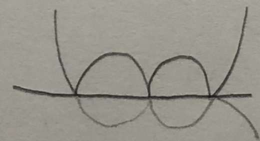
$-|f(x-p)+q|$ $(x<0)$

$g(0)=0$, $f'(x)=3x^2-6x-9=3(x-3)(x+1)$



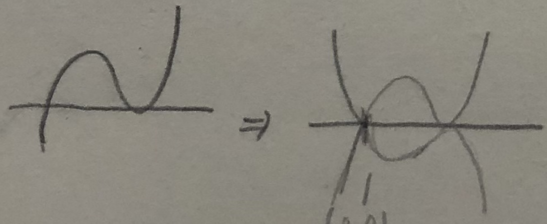


①



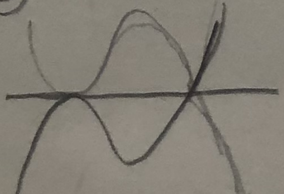
(X)

②



(X)

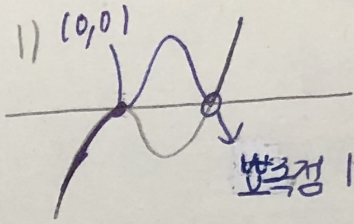
③



(O)

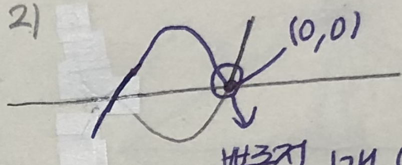
③ 그래프 개형

1)



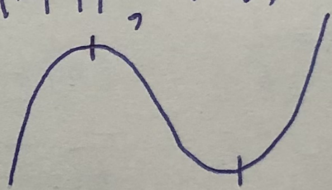
뾰족점 1개 (미·불)

2)



뾰족점 1개 (미·불)

$(-1+p, -7+q)$



$(3+p, -39+q)$

1)이라면, $p=1$, $q=7$

2)라면, $\boxed{p=-3}$, $q=39$

두 양수라고 했으므로 문제 조건에 맞지 않음

∴ 1) 개형이 맞음

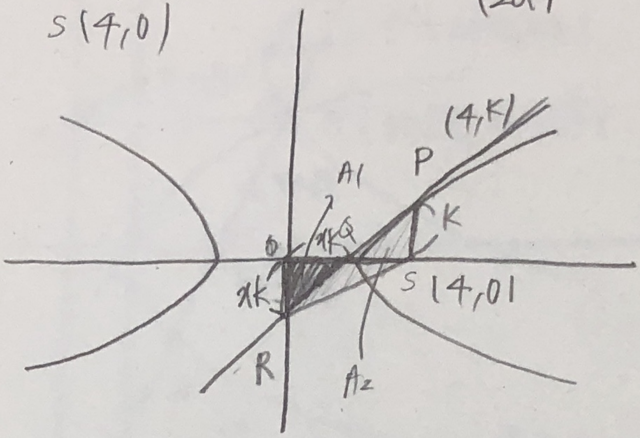
$1+7$

답: 8

27 (기하)

$P(4,K)$ $(K>0)$ ①장축 길이 $(2a)$

$S(4,0)$



그림이 이상하네 아 ㅋㅋ

$A_1 : A_2 = 9 : 4$

(4,K) 지나는 접-방

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow \boxed{\frac{4x}{a^2} - \frac{ky}{b^2} = 1}$$

$\triangle QRO$, $\triangle QPS$ → 한 각이 직각이고

$\angle OQR = \angle SQP$ 이므로

닮음이라고 할 수 있음.

$$A_1 : A_2 = \frac{x^2}{2} : \frac{(x+1)}{2} = 9 : 4$$

$$9(x+1) = 4x^2$$

$$4x^2 - 9x - 9 = 0$$

$$= (4x+3)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 3$$

$\overline{OQ}$가 접방에 의해 $\frac{a^2}{4}$ 이므로

$$\frac{a^2}{4} = 3$$

$$a^2 = 12$$

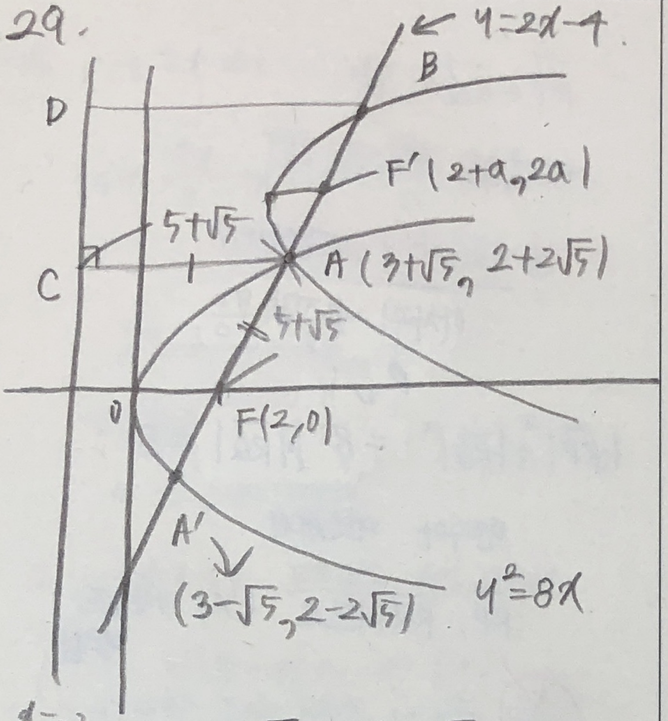
$a>0$ 이므로 $(a = 2\sqrt{3})$

↓

$$2a = 4\sqrt{3}$$

$\boxed{답 = 4\sqrt{3}}$

29.



$x=2$
(준선)

$\overline{AC}+\overline{BD}-\overline{AB}=k$

㉠ k^2

포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$가 A지남

$\overline{AC}+\overline{BD}-\overline{AB}=k$ ㉠ k^2.

일단, 교점 A 찾기 !

$(2x-4)^2=8x$

↓

$4(x-2)^2=8x$

$x^2-4x+4=2x$

$x^2-6x+4=0$

근의공식 ⇒ $\boxed{x=3\pm\sqrt{5}}$

∴ A의 좌표 $(3+\sqrt{5}, 2+2\sqrt{5})$

A'의 좌표 $(3-\sqrt{5}, 2-2\sqrt{5})$

$\overline{AF}=\overline{AC}$이므로

(포물선의 정의)

$\overline{AF}=5+\sqrt{5}$

$\overline{AC}=5+\sqrt{5}$

$(y-2a)^2=8(x-a)$의 그래프는

$y^2=8x$의 그래프를

x축으로 a 만큼,

y축으로 2a 만큼 이동한 것이므로

A'의 x좌표 $(3-\sqrt{5})$

↓

A의 x좌표 $(3+\sqrt{5})$

둘의차가 $2\sqrt{5}$ 이므로,

x축으로 $(a=2\sqrt{5})$ 만큼 이동한것임

$\therefore a=2\sqrt{5}$

$\overline{AB}=\overline{AA'}=10$ 이고

$\overline{AC}=5+\sqrt{5}$

$\overline{BD}=\overline{AC}+a=5+\sqrt{5}+2\sqrt{5}$

$=5+3\sqrt{5}$ 이므로

$\cancel{5}+\sqrt{5}+\cancel{5}+3\sqrt{5}-\cancel{10}=k$

$4\sqrt{5}=k$

$k^2=80$ 답: 80

30. □ABCD 네 변 위의 두 점 P, Q

(가) $(\vec{PQ}\cdot\vec{AB})(\vec{PQ}\cdot\vec{AD})=0$

(나) $\vec{OA}\cdot\vec{OP}\ge -2$, $\vec{OB}\cdot\vec{OP}\ge 0$

⇒ 방향이 반대, 정사영 크기 1

(다) $\vec{OA}\cdot\vec{OQ}\ge -2$, $\vec{OB}\cdot\vec{OQ}\le 0$

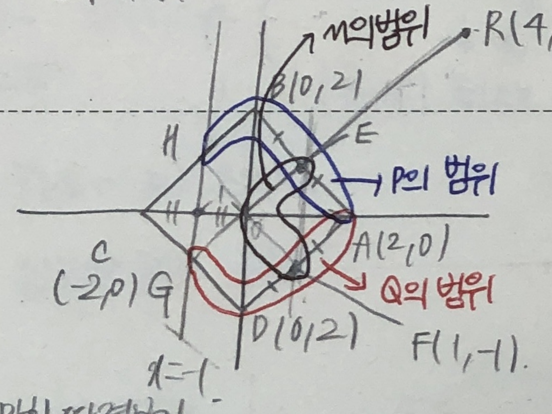
↓

(나)와 (다) 범위가 대칭된다.

같은 논리로 P와 Q의

R(4, 4)에 대하여 $\vec{RP}\cdot\vec{RQ}$의

최대 M 최소 m ㉠ M+m



꼼꼼히 따져보기

점 P가 선분 $\overline{BE}$ 위에 있다면,

↳ 점 Q는 점 A로 고정됨

점 P가 선분 $\overline{AE}$ 위에 있다면

↳ 점 Q는 ① A ② $\overline{DG}$ 위

점 Q 선분 DF

↳ P → A 고정

Q AF

P ① A ② $\overline{BH}$

$\vec{RP}\cdot\vec{RQ}$의 값

내적값을 알기 위한 방법

① 제곱한다 (변형해서)

→ $|\vec{RP}-\vec{RQ}|^2$

$|\vec{RP}|^2+|\vec{RQ}|^2-2\vec{RP}\cdot\vec{RQ}=8$

변수가 계속해서

$\vec{RP}$, $\vec{RQ}$이므로 (X) 다른 방법.

② $\overline{PQ}$의 중점 M을 잡는다.

$\vec{RP}\cdot\vec{RQ}=|\vec{RM}|^2-|\vec{MP}|^2$

$\parallel$

$|\vec{MQ}|^2$

최댓값 구하기 (점 M이 F일때) $\frac{\parallel}{2}$

후보① $\dfrac{(1,-1)(4,4)}{\overline{RM}^2}=9+25=34$

$34-2=\boxed{32}$

후보② 점 P와 Q가 둘다 점 A에 존재할 때

⇒ $|\vec{RA}|^2$

그러나 $\boxed{|\vec{RA}|^2=20}$ 이므로,

후보①과 ②를 비교했을 때

후보 ①이 최댓값인걸

알 수 있다. ∴ M=32

최솟값 16

32+16

$\boxed{답\ 48}$

15 $-1 \le x \le 1$ 실수 x

$(\sin\frac{\pi x}{2} - x)(\cos\frac{\pi x}{2} - x) = 0$

→보자마자 주기 4 나오기

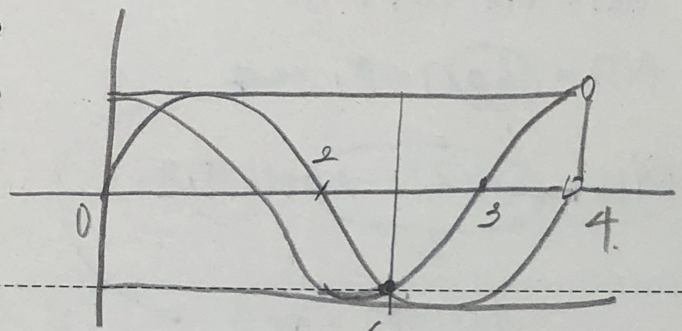
$\{x \mid 0 \le x < 4\}$

가장 작은 값 $\alpha(x)$

〃 큰 값 $\beta(x)$

ㄱ. $-1 \le x < 0$ 모든실수 x에 대하여

$\alpha(x) + \beta(x) = 5$ 이다.



$\frac{5}{2}$에 대하여 대칭이므로

(O)

ㄴ. $\{x \mid \beta(x) - \alpha(x) = \beta(0) - \alpha(0)\}$

$= \{x \mid 0 \le x \le \frac{\sqrt{2}}{2}\}$ ① $\frac{\sqrt{2}}{2} \le x \le 1$ ② $0 \le x \le \frac{\sqrt{2}}{2}$

① $\frac{\sqrt{2}}{2} \le x \le 1$

$\frac{\alpha(x)+\beta(x)=2}{2}$ (X)

② $1 \le x \le \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\alpha(x)=\alpha$
$\beta(x)=3+\alpha$ > $3+\alpha-\alpha$
$=3$

$\beta(0)-\alpha(0)=3$

∴ (O)

ㄷ. $\alpha(x_1)=\alpha(x_2)$인 두실수 x_1, x_2

$x_2 - x_1 = \frac{1}{2}$ 이면

$x_1 \times x_2 = \frac{1}{3}$ 이다.

→ 풀이 $x_1, x_2 > 0$

$\sin(\alpha(x_1)) = x_1$

$\cos(\alpha(x_1)) = x_2$

$\cos - \sin = \frac{1}{2}$

→용이한 계산을 위해 제곱

$1 - 2cs = \frac{1}{4}$

$cs = \frac{3}{8}$

↓

$x_2 \times x_1$

∴ $\frac{1}{3}$이아니라 $\frac{3}{8}$임

(X)

∴답 ㄱ. ㄴ ②

20. $f(x)=x^3-12x^2+45x+3$

$g(x)=\int_a^x \{f(x)-f(t)\}\times\{f(t)\}^4\,dt$ → 오직 하나의 극값을 가지는 a의 합

$g(x)=f(x)\int_a^x \{f(x)\}^4\,dt-\int_a^x \{f(t)\}^4\,dt$

$g'(x)=f'(x)\boxed{\int_a^x \{f(x)\}^4\,dt}$

$3x^2-24x+45$

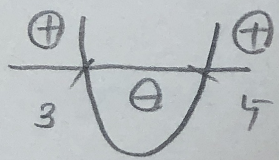
$3(x-3)(x-5)$

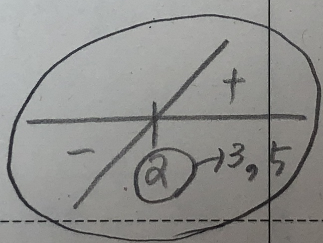
$\{f(x)\}^4\ge 0$

$\int_a^x \square\,dx$

$x\ge a$ $\square\ge 0$

$x<a$ $\square<0$





그래프 대충 개형

(정확한거××)

3+5

= 8