제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $3^{-2} \times 9^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

$3^{-2} \times 3^{2\times\frac{3}{2}} = 3^{-2+3} = 3^1$

2. $\log_2 48 - \log_2 3$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\log_2 \frac{48}{3} = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$

3. 함수 $y = \cos\frac{x}{3}$ 의 주기는? [2점]

① 2π ② 3π ③ 4π ④ 5π ⑤ 6π

$\frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$.

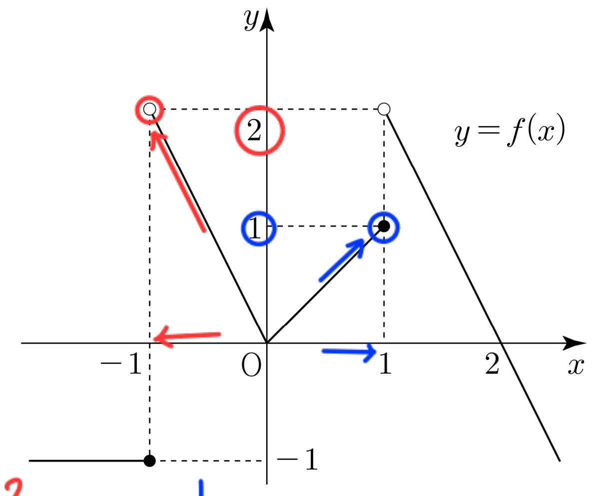
4. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_4 \times a_6 = 64$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$a_4 a_6 = a_5^2 = 64$

$a_5 = 8$ (양수)

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



2

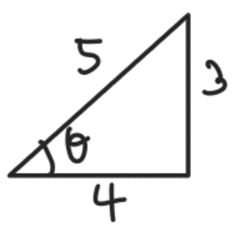
$\lim_{x \to -1+} f(x) + \lim_{x \to 1-} f(x)$ 의 값은? [3점]

① −1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

6. $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\cos\theta \times \tan\theta = \frac{3}{5}$ 이 성립할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

↳ $\sin\theta = \frac{3}{5}$.

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$



$\cos\theta = \frac{4}{5}$

7. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_6 = 25,\ a_8 = 23$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$a_3 + a_6 = 25$

$(23-5d)+(23-2d)=25$

$d = 3$

$a_4 = a_8 - 4d$

$= 23 - 12$

$= 11$

부분 분수 변형

8. 함수 $y=3^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프는 점 $(7,\ 5)$를 지나고, 점근선의 방정식이 $y=2$이다. $m+n$의 값은? (단, m, n은 상수이다.) [3점]

① 6　② 8　③ 10　④ 12　⑤ 14

$y-n=3^{x-m}$

$y=3^{x-m}+n$　점근선 $y=n$, $n=2$

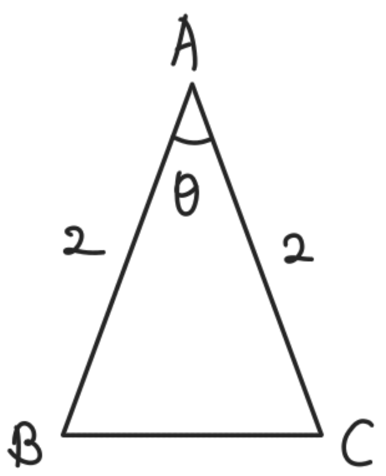
$(7,5)$ 대입　$5=3^{7-m}+2$

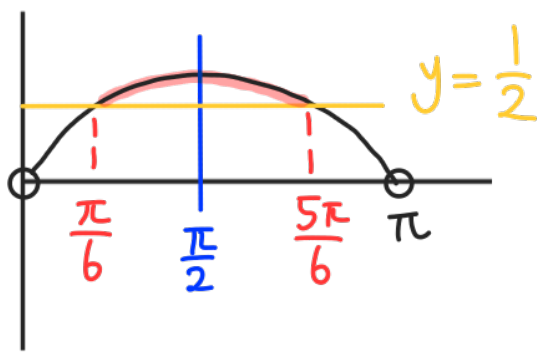
$3^{7-m}=3$, $m=6$,

$m+n=8$

9. $\overline{AB}=\overline{AC}=2$인 삼각형 ABC에서 $\angle BAC=\theta\ (0<\theta<\pi)$라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 1보다 크도록 하는 모든 θ의 값의 범위가 $\alpha<\theta<\beta$일 때, $2\alpha+\beta$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{6}\pi$　② $\frac{4}{3}\pi$　③ $\frac{3}{2}\pi$　④ $\frac{5}{3}\pi$　⑤ $\frac{11}{6}\pi$





$S=\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin\theta>1$

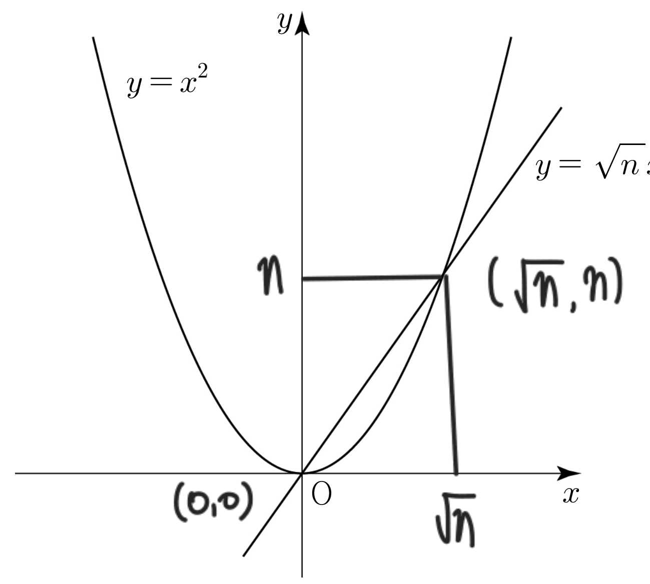
$\sin\theta>\frac{1}{2}$

$2\alpha+\beta=2\times\frac{\pi}{6}+\frac{5\pi}{6}$

$=\frac{7\pi}{6}$

10. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=\sqrt{n}\,x$가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(n)$이라 하자. $\displaystyle\sum_{n=1}^{10}\frac{1}{\{f(n)\}^2}$의 값은? [3점]

① $\frac{9}{11}$　② $\frac{19}{22}$　③ $\frac{10}{11}$　④ $\frac{21}{22}$　⑤ 1



$x^2=\sqrt{n}\,x$

$x=\sqrt{n}$

$\{f(n)\}^2=n^2+n=n(n+1)$

$\displaystyle\sum_{n=1}^{10}\frac{1}{n(n+1)}=\sum_{n=1}^{10}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$=\left(\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{2}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}\right)$

$+\cdots+\left(\cancel{\frac{1}{9}}-\cancel{\frac{1}{10}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{10}}-\frac{1}{11}\right)$

$=1-\frac{1}{11}=\frac{10}{11}$

거꾸로 찾아가기

11. 양수 p에 대하여 두 함수

$$f(x)=\log_2(x-p),\ g(x)=2^x+1$$

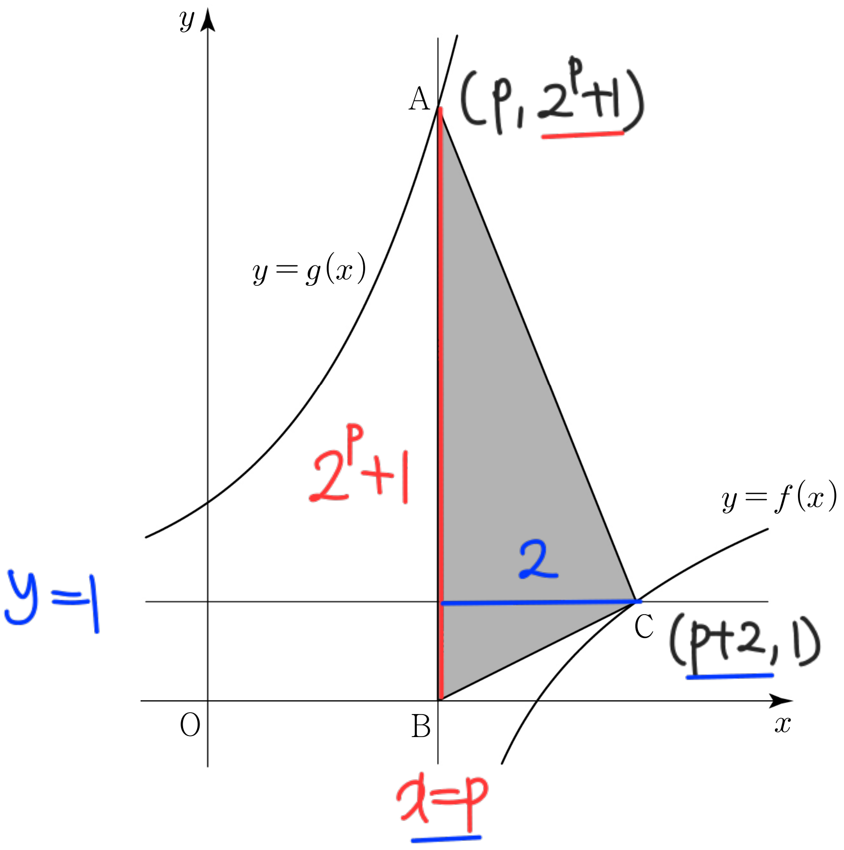
$=0$

$x=p$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$의 점근선이 곡선 $y=g(x)$, x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y=g(x)$의 점근선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 6일 때, p의 값은? [3점]

$y=1$

① 2　② $\log_2 5$　③ $\log_2 6$　④ $\log_2 7$　⑤ 3



$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (2^p+1) \times 2 = 6$

$2^p = 5$

$p = \log_2 5$

12. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} \log_2 a_n & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ 2^{a_n+1} & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_8=5$일 때, a_6+a_7의 값은? [3점]

① 36　② 38　③ 40　④ 42　⑤ 44

$a_8 = 5 = \log_2 a_7$ (7은 홀수)

$a_7 = \boxed{2^5} = 2^{a_6+1}$ (6은 짝수)

$a_6 = \boxed{4}$

13. 반지름의 길이가 2 이고 중심각의 크기가 θ 인 부채꼴이 있다. θ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 이 부채꼴의 넓이는? [3점]

(가) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ (나) 각의 크기 θ 를 나타내는 동경과 각의 크기 8θ 를 나타내는 동경이 일치한다.

① $\frac{3}{7}\pi$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{4}{7}\pi$ ④ $\frac{9}{14}\pi$ ⑤ $\frac{5}{7}\pi$

(나) $8\theta - \theta = 2n\pi$ (n 정수)

$\theta = \frac{2n\pi}{7}$

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이므로 $n=1$, $\theta = \frac{2\pi}{7}$

$S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{2\pi}{7} = \frac{4\pi}{7}$

14. $0 \le x \le 5$ 에서 함수

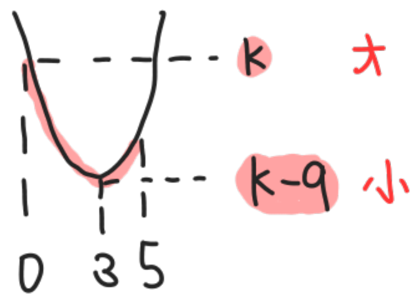
$$f(x) = \log_3(x^2 - 6x + k) \quad (k > 9)$$

의 최댓값과 최솟값의 합이 $2 + \log_3 4$ 가 되도록 하는 상수 k 의 값은? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

밑이 1 보다 크면 증가함수.

$y = x^2 - 6x + k$
$= (x-3)^2 + k - 9$



$\log_3 k + \log_3(k-9) = 2 + \log_3 4$

$k(k-9) = 36$

$(k-12)(k+3) = 0$,

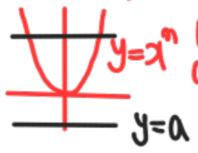
$k = 12$ $(k > 9)$

거듭제곱근의 정의와 개수

① a의 n제곱근 ? $x^n=a$ 의 실근

② 개수 i) n 홀수

ii) n 짝수



$a>0$: 2개
$a=0$: 1개
$a<0$: 0개

15. 2 이상의 자연수 n에 대하여 $(2n-5)(2n-9)$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. $\sum_{n=2}^{8} f(n)$ 의 값은? [4점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

i) n 홀수이면 $a=(2n-5)(2n-9)$ 부호 상관 X 1개

$f(3)=f(5)=f(7)=1$

ii) n 짝수

$(2n-5)(2n-9)<0$ 이면 0개 $f(4)=0$

$(2n-5)(2n-9)=0$ 이면 1개

$(2n-5)(2n-9)>0$ 이면 2개 $f(2)=f(6)=f(8)=2$

$\therefore 2+1+0+1+2+1+2=9$

16. 수열 $\{a_n\}$을 $a_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$ 이라 할 때, 다음은 모든 자연수 n에 대하여 등식

$$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=\frac{n(n+1)}{4}(2a_{n+1}-1) \quad \cdots(\bigstar)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

$\frac{1}{2}(2a_2-1)=a_2-\frac{1}{2}$

(i) $n=1$일 때,

(좌변)$=a_1$, (우변)$=a_2-\boxed{(가)}=1=a_1$

$\frac{1}{2}=p$

이므로 $(\bigstar)$이 성립한다.

(ii) $n=m$일 때, $(\bigstar)$이 성립한다고 가정하면

$$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+ma_m=\frac{m(m+1)}{4}(2a_{m+1}-1)$$

이다.

$n=m+1$일 때, $(\bigstar)$이 성립함을 보이자.

$$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+ma_m+(m+1)a_{m+1}$$
$$=\frac{m(m+1)}{4}(2a_{m+1}-1)+(m+1)a_{m+1}$$
$$=(m+1)a_{m+1}\left(\boxed{(나)}+1\right)-\frac{m(m+1)}{4}$$
$$=\frac{(m+1)(m+2)}{2}\left(a_{m+2}-\boxed{(다)}\right)-\frac{m(m+1)}{4}$$
$$=\frac{(m+1)(m+2)}{4}(2a_{m+2}-1)$$

따라서 $n=m+1$일 때도 $(\bigstar)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=\frac{n(n+1)}{4}(2a_{n+1}-1)$$

이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $p+\frac{f(5)}{g(3)}$ 의 값은? [4점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

(나)

$$=\frac{m(m+1)}{4}(2a_{m+1}-1)+(m+1)a_{m+1}$$
$$=(m+1)a_{m+1}\left(\boxed{(나)}+1\right)-\frac{m(m+1)}{4}$$

$=(m+1)a_{m+1}\left(\frac{m}{2}+1\right)-\frac{m(m+1)}{4}$

$f(m)=\frac{m}{2}$

(다)

$$=(m+1)a_{m+1}\left(\boxed{(나)}+1\right)-\frac{m(m+1)}{4}$$
$$=\frac{(m+1)(m+2)}{2}\left(a_{m+2}-\boxed{(다)}\right)-\frac{m(m+1)}{4}$$

$\frac{m}{2}$

$a_{m+1}=a_{m+2}-$(다)

$a_m=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{k}$ 이므로

$\cancel{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{m+1}}$

$=\cancel{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{m+1}}+\frac{1}{m+2}-g(m)$

$g(m)=\frac{1}{m+2}$

$p+\frac{f(5)}{g(3)}$

$=\frac{1}{2}+\frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{5}}=13$

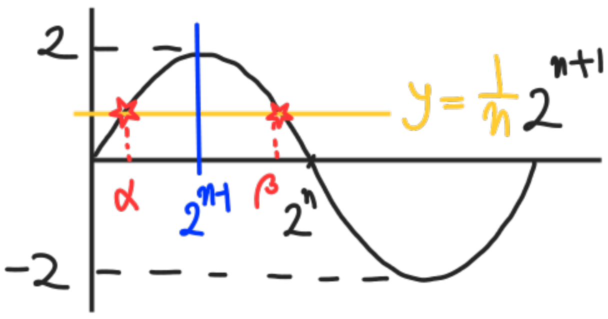
대칭성을 이용한 실근의 합

수열의 기본은 대입, 나열, 관찰

17. 자연수 n에 대하여 $0 \le x \le 2^{n+1}$에서 함수 $y = 2\sin\left(\frac{\pi}{2^n}x\right)$의 그래프가 직선 $y = \frac{1}{n}$과 만나는 모든 점의 x좌표의 합을 x_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{6} x_n$의 값은? [4점]

① 122 ② 126 ③ 130 ④ 134 ⑤ 138

주기 $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{2^n}} = 2^{n+1}$.



$x_n = \alpha + \beta = (\text{대칭축}) \times (\text{개수})$

$= 2^{n-1} \times 2$

$= 2^n$.

$\sum_{n=1}^{6} x_n = \sum_{n=1}^{6} 2^n = \frac{2(2^6-1)}{2-1}$

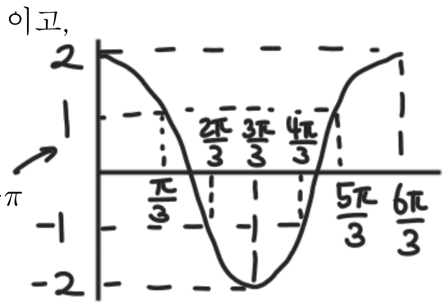
$= 2^7 - 2$

$= 126$

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 $a_1 = 1$, $b_1 = -1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = a_n + b_n, \quad b_{n+1} = 2\cos\frac{a_n}{3}\pi$$

를 만족시킨다. $a_{2021} - b_{2021}$의 값은? [4점]



① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
a_n	1	0	1	3	4	2	1
b_n	-1	1	2	1	-2	-1	-1

$n=1$과 동일, 6마다 반복

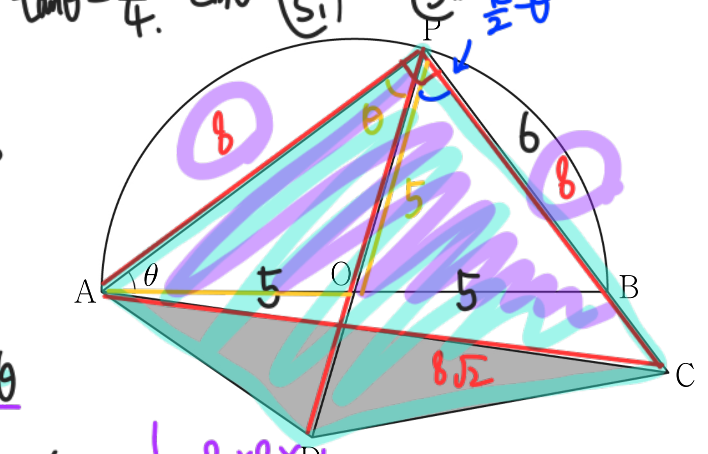
$2021 = 6 \times 336 + 5$

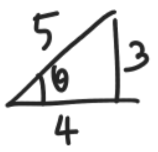
$a_{2021} - b_{2021} = a_5 - b_5 = 4 - (-2) = 6$

직선 기울기를 이용한 삼각비

19. 중심이 O이고 길이가 10인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있다. 그림과 같이 선분 PB의 연장선 위에 $\overline{PA}=\overline{PC}$인 점 C를 잡고, 선분 PO의 연장선 위에 $\overline{PA}=\overline{PD}$인 점 D를 잡는다. $\angle PAB=\theta$에 대하여 $4\sin\theta=3\cos\theta$일 때, 삼각형 ADC의 넓이는? [4점]

$\tan\theta = \frac{3}{4}$. $\sin\theta = \frac{3}{5}$, $\cos\theta = \frac{4}{5}$ 둘-θ



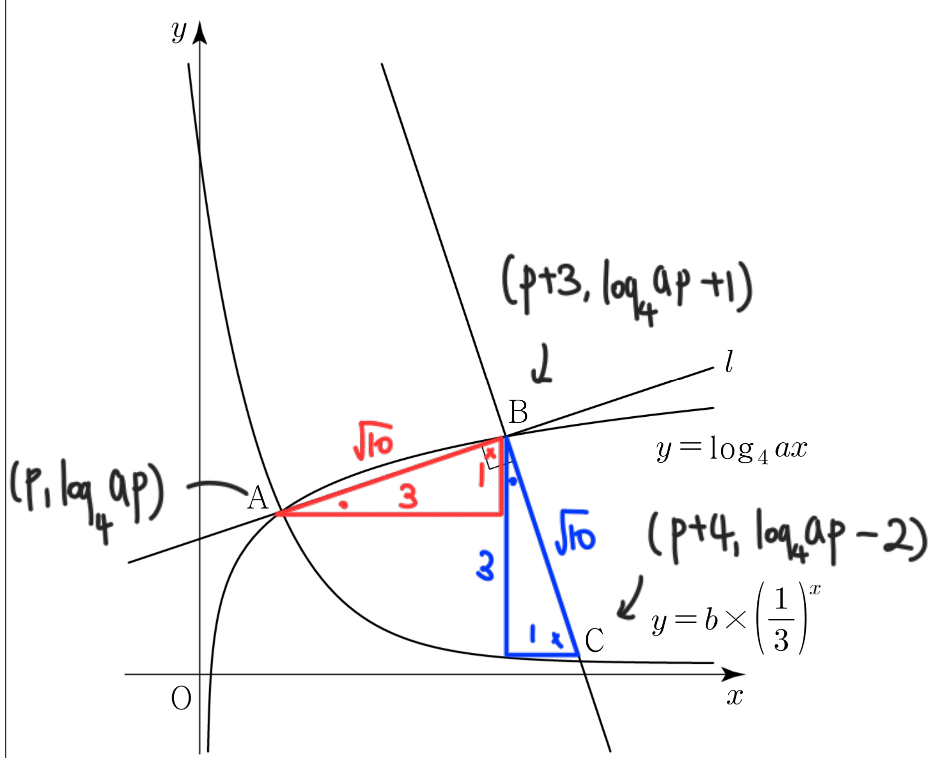


$\frac{1}{2}\times8\times8\sin\theta$
$+\frac{1}{2}\times8\times8\times\cos\theta - \frac{1}{2}\times8\times8\times1$

① $\frac{63}{5}$ ② $\frac{127}{10}$ ③ $\frac{64}{5}$ ④ $\frac{129}{10}$ ⑤ 13

$\frac{1}{2}\times8\times8(\sin\theta+\cos\theta-1)$
$= 32\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{64}{5}.$

20. 그림과 같이 기울기가 $\frac{1}{3}$인 직선 l이 곡선 $y=\log_4 ax$와 서로 다른 두 점 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$에서 만나고, 곡선 $y=b\times\left(\frac{1}{3}\right)^x$이 점 A를 지난다. 점 B를 지나고 직선 l에 수직인 직선이 곡선 $y=b\times\left(\frac{1}{3}\right)^x$과 만나는 점을 $C(x_3,\ y_3)$이라 하자. $\overline{AB}=\overline{BC}=\sqrt{10}$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, a, b는 양수이고 $x_1<x_2<x_3$이다.) [4점]



<보 기>

ㄱ. $x_2-x_1=3$
ㄴ. $x_3-x_1=2(y_1-y_3)$
ㄷ. $a^2=4^b$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ
ㄴ $A(p, \log_4 ap)$라 하고 밑변 3, 높이 1인 직각삼각형이므로
$B(p+3, \log_4 ap+1)$, $C(p+4, \log_4 ap-2)$라 할 수 있다.

ㄷ B좌표 $y=\log_4 ax$에 대입 → $4ap = a(p+3)$
$\therefore p=1$

A좌표 $(1, \log_4 a)$ $y=b\left(\frac{1}{3}\right)^x$에 대입 → $\log_4 a = \frac{b}{3}$
→ $\log_4\frac{a}{16} = b\left(\frac{1}{3}\right)^5$, $\therefore a = 4^{\frac{b}{3}}$

따라서 $a^2 = 4^{\frac{2}{3}b} \neq 4^b$
└ 같다면 $b=0$

등차수열의 합은 이차함수

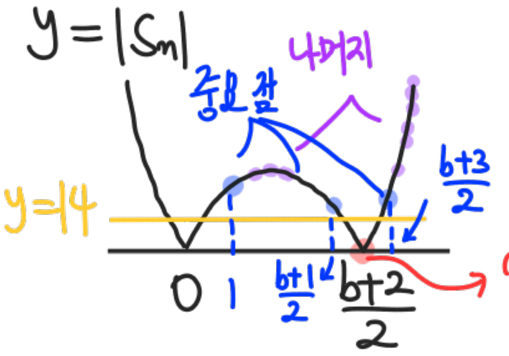
21. 첫째항이 b (b는 자연수)이고 공차가 -4인 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 모든 자연수 n에 대하여 $\left|\sum_{k=1}^{n} a_k\right| \geq 14$를 만족시키는 모든 b의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, m번째 수를 b_m이라 하자. $\sum_{m=1}^{10} b_m$의 값은? [4점]

① 345 ② 350 ③ 355 ④ 360 ⑤ 365

$S_n = (2b - 4(n-1)) \cdot \frac{n}{2} = n(-2n+b+2)$

$\rightarrow n$ 절편 $0, \frac{b+2}{2}$

$y = |S_n|$



$n = \frac{b+2}{2}$ 이면 $S_n = 0$ 이므로

$|S_n| \geq 14$ 만족 X

따라서 $\frac{b+2}{2}$는 자연수 X, $\therefore$ b는 홀수.

$n=1, \frac{b+1}{2}, \frac{b+3}{2}$ 일때

$|S_n| \geq 14$ 이면 나머지는 ok,

그런데 $|S_1| > |S_{\frac{b+1}{2}}|$ 이므로 (이차함수 Graph 생각)

$n = \frac{b+1}{2}, \frac{b+3}{2}$ 일때만 확인 필요 ⊛

$|S_1| = b \geq 14$ $\qquad b \geq 14$ (⊛ 생각했으면 할 필요 X)

$|S_{\frac{b+1}{2}}| = \frac{b+1}{2} \geq 14$ $\qquad b \geq 27$

$|S_{\frac{b+3}{2}}| = \frac{b+3}{2} \geq 14$ $\qquad b \geq 25$

따라서 b는 27 이상의 홀수 27, 29, 31, ⋯

$b_m = 2m + 25$

$b_1 + \cdots + b_{10} = \frac{(b_1 + b_{10}) \times 10}{2} = 5(27+45)$

$= 360$

단 답 형

22. $10\cos\frac{5}{3}\pi$의 값을 구하시오. [3점]

$10\cos(\pi + \frac{2}{3}\pi)$

$= -10\cos\frac{2\pi}{3}$

$= 5$ $\qquad \boxed{5}$

23. $-4 \leq x \leq -2$에서 정의된 함수 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$의 최댓값을 구하시오. [3점]

밑이 1보다 작은 양수

$\rightarrow$ 감소함수

$\rightarrow x \downarrow\ f(x) \uparrow$

$M = f(-4) = 3^4 + 1 = 82$

$\boxed{82}$

24. 1보다 큰 두 실수 a, b에 대하여

$$\log_9 \sqrt{a} = \log_3 b$$

일 때, $50 \times \log_b \sqrt{a}$ 의 값을 구하시오. [3점]

$\log_9 \sqrt{a} = \log_{3^2} b^2$, $\sqrt{a} = b^2$,

$50 \log_b \sqrt{a} = 50 \log_b b^2$

$= 100$ $\boxed{100}$

25. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\boxed{\sum_{n=1}^{10} a_n^2 = 10}, \quad \sum_{n=1}^{10} a_n(2b_n - 3a_n) = 16$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n(6a_n + 7b_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$16 = 2\sum_{n=1}^{10} a_n b_n - 3\boxed{\sum_{n=1}^{10} a_n^2}$ (10)

$\boxed{\sum_{n=1}^{10} a_n b_n = 23}$

$\sum_{n=1}^{10} a_n(6a_n + 7b_n) = 6\boxed{\sum_{n=1}^{10} a_n^2} + 7\boxed{\sum_{n=1}^{10} a_n b_n}$ (10, 23)

$= 6 \times 10 + 7 \times 23$

$= 60 + 140 + 21$

$= 221$ $\boxed{221}$

26. 다항함수 $f(x)$가

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{2x^2} = 1}, \quad \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-3}{(x-1)(x-2)} = 4$$

$\to 0$, $f(1)=3$.

를 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

$f(x) = 2x^2 + \sim$.

$f(1)=3$

$f(x) = 2x^2 + ax + \boxed{1-a}$

$f(x) - 3 = 2x^2 + ax - a - 2$

$= (x-1)(2x+a+2)$

$\frac{f(x)-3}{(x-1)(x-2)} = \frac{2x+a+2}{x-2} \to \frac{a+4}{-1} = 4$,

$\therefore a = -8$.

$f(x) = 2x^2 - 8x + 9$,

$f(4) = 32 - 32 + 9 = 9$ $\boxed{9}$

① 로그 나오면 진수조건부터 써두기
② 절댓값은 식=0 일때 기준 분류

27. 부등식

$x \neq 1 \quad x > -2$

$$\log|x-1|+\log(x+2) \le 1$$

을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합을 구하시오. [4점]

1) $x>1$ 이면

$\log(x-1)(x+2) \le 1$

$x^2+x-2 \le 10$

$(x+4)(x-3) \le 0$, $x \le 3$

$x>1$ 이므로 ⊕

$\therefore 1 < x \le 3$

$x = 2, 3$

2) $x<1$ 이면

$\log(-x+1)(x+2) \le 1$

$x^2+x+8 \ge 0$ 항상성립

그런데 $-2 < x < 1$ 이므로 $x=-1, 0$

$2+3+(-1)+0 = 4$

$\boxed{4}$

28. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $S_{2n-1}=1$
(나) 수열 $\{a_n a_{n+1}\}$은 등비수열이다.

공비 r

$\dfrac{a_{n+1}a_{n+2}}{a_n a_{n+1}} = \dfrac{a_{n+2}}{a_n} = r$

$S_{10}=33$일 때, S_{18}의 값을 구하시오. [4점]

$*\ a_{n+2} = a_n \cdot r$

$\to a_{2n} = a_2 \cdot r^{n-1}$

$*\ S_{2n+1} - S_{2n-1}$
$= a_{2n+1} + a_{2n} = 0$

$S_1 = 1 = a_1$

$S_3 = 1 = a_1 + a_2 + a_3$ ($-r$, $=0$, r)

$S_5 = 1 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ ($=1$, $=0$, $-r^2$, $=0$, r^2)

$\vdots$

$S_{10} = 33 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10}$ ($=1$, $=0$, $=0$, $-r^3$, $=0$, r^3, $-r^4$, $=0$, r^4, $-r^5$)

$a_{10} = 32 = -r^5$

$r = -2$

$S_{18} = a_1+a_2+\cdots+a_{17}+a_{18}$

$= S_{17} + a_{18}$

$= 1 + a_2 \cdot r^8$

$= 1 - r^9$

$= 1 + 2^9$

$= 513$

$\boxed{513}$

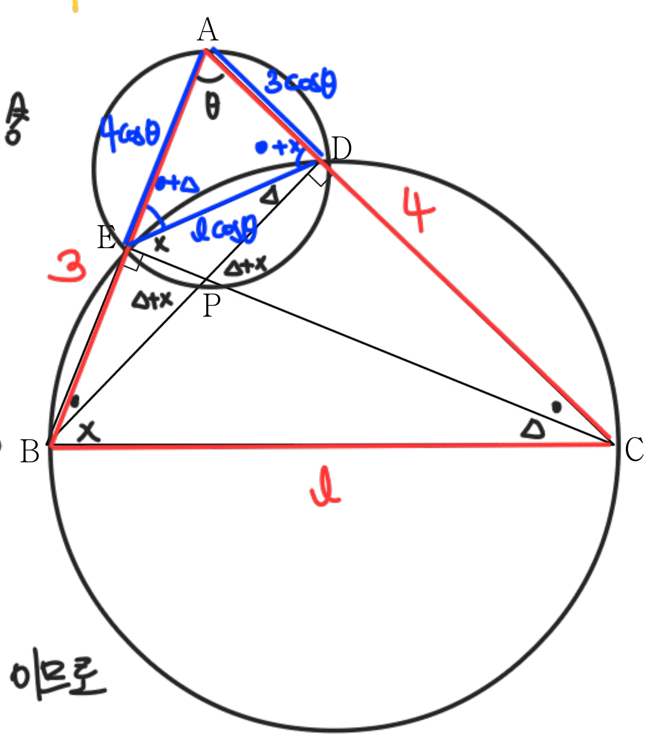
① 원주각 & 중심각 성질
② ∘, × 표시하여 닮음 찾기

$f(x)$ 부호 변화에 따른 케이스 분류

29. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$ 인 예각삼각형 ABC가 있다. 점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 D, 점 C에서 변 AB에 내린 수선의 발을 E라 하고, 두 선분 BD, CE의 교점을 P라 하자. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이와 삼각형 ADE의 외접원의 넓이의 차가 4π 일 때, 삼각형 PDE의 외접원의 넓이는 $a\pi$ 이다. $55a$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

R r 일치 r

$R^2-r^2=4$



* 직각 삼각형은 빗변이 지름인 원 &

$\triangle PDC$ 에서

$\circ + x + \triangle = 90^\circ$

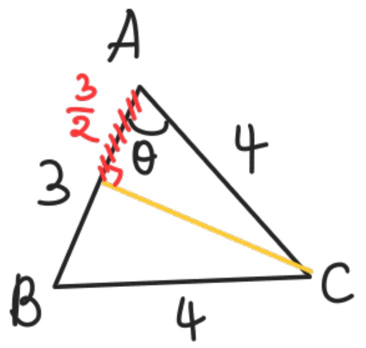
$\rightarrow \triangle AED, \triangle ACB$ 닮음

그런데

$\overline{AE} = \overline{AC}\cos\theta$ 이므로

닮음비 $\cos\theta : 1$

$\dfrac{l\cos\theta}{\sin\theta} = 2r, \quad \dfrac{l}{\sin\theta} = 2R$



$4 = R^2 - r^2 = \dfrac{1}{4}\dfrac{l^2}{\cancel{\sin^2\theta}}(\cancel{1-\cos^2\theta})$

$l^2=16, \quad l=4, \quad \cos\theta = \dfrac{3}{8}$

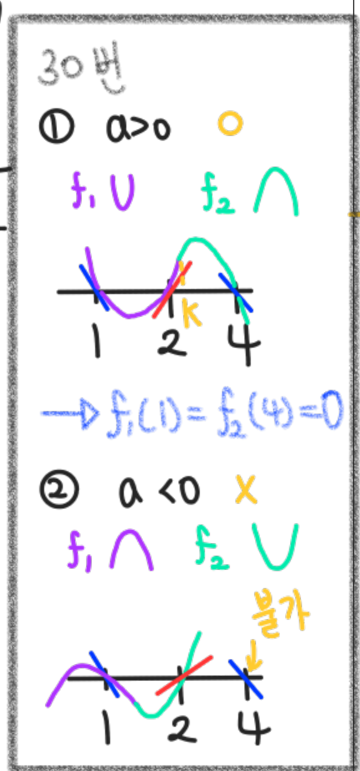
$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{55}}{8}$

$\dfrac{l\cos\theta}{\sin\theta} = 2r = 4 \times \dfrac{3}{\sqrt{55}}$

$r = \dfrac{6}{\sqrt{55}}$

$\pi r^2 = \dfrac{36}{55}\pi$

$55a = 36 \quad \boxed{36}$



30. 세 실수 $a\,(a \neq 0)$, b, k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x)=\begin{cases} \underbrace{ax^2+(2b-3)x+a^2-3}_{f_1(x)} & (x<k) \\ \underbrace{-\dfrac{1}{3}ax^2+(b+5)x+a^2-1}_{f_2(x)} & (x \geq k) \end{cases}$$

$\rightarrow f_1(1)=0$

$\rightarrow f_2(4)=0$

라 하자. 함수

$$g(x) = \lim_{t\to x+}\frac{|f(t)|}{f(t)} - \lim_{t\to x-}\frac{|f(t)|}{f(t)}$$

에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

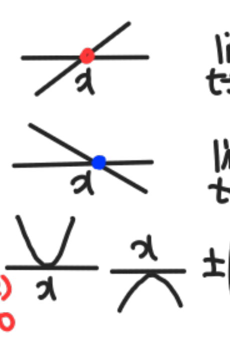
(가) 임의의 실수 α 에 대하여 $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)$ 가 존재한다.
(나) 두 함수 $y=g(x)$ 와 $y=-4\left\lvert\log_2\dfrac{x}{2}\right\rvert+2$ 의 그래프의 서로 다른 교점의 개수는 5이다.

$k=p+q\sqrt{17}$ 일 때, $16(p+q)$ 의 값을 구하시오.
(단, p, q 는 유리수이다.) [4점]

① $f(x)>0$ 이면 $g(x) = \lim\limits_{t\to x+}\dfrac{f(t)}{f(t)} - \lim\limits_{t\to x-}\dfrac{f(t)}{f(t)} = 0.$

② $f(x)<0$ 이면 $g(x) = \lim\limits_{t\to x+}\dfrac{-f(t)}{f(t)} - \lim\limits_{t\to x-}\dfrac{-f(t)}{f(t)} = 0.$

③ $f(\alpha)=0$ 이면

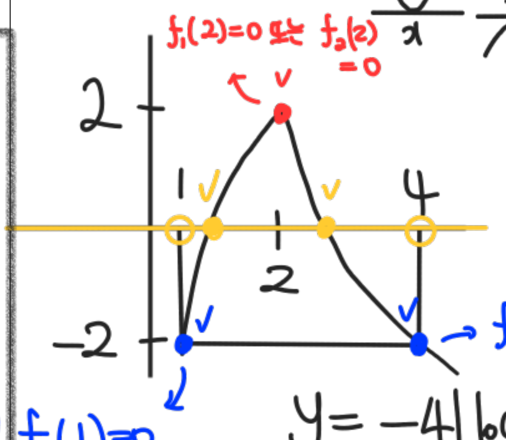


$\lim\limits_{t\to\alpha+}\dfrac{f(t)}{f(t)} - \lim\limits_{t\to\alpha-}\dfrac{-f(t)}{f(t)} = 2$

$\lim\limits_{t\to\alpha+}\dfrac{-f(t)}{f(t)} - \lim\limits_{t\to\alpha-}\dfrac{f(t)}{f(t)} = -2$

$\pm\left(\lim\limits_{t\to\alpha+}\dfrac{f(t)}{f(t)} - \lim\limits_{t\to\alpha-}\dfrac{f(t)}{f(t)}\right) = 0.$

$f_1(2)=0$ 또는 $f_2(2)=0$



$f_1(1)=0$

$\rightarrow f_2(4)=0$

$y=-4\left|\log_2\dfrac{x}{2}\right|+2$

$f_1(1) = a^2+a+2b-6 = 0$ ㉠

$f_2(4) = a^2-\dfrac{16}{3}a+4b+19 = 0$ ㉡

㉠ − ㉡ $\dfrac{19}{3}a-2b-25=0$

$a^2+\dfrac{22}{3}a-31=0$

$(a-3)(3a+31)=0$

$\therefore a=3, \ b=-3$

$\lim\limits_{x\to k-} f_1(x) = \lim\limits_{x\to k+} f_2(x)$ 이므로 $f_1(k)=f_2(k) \ (1<k\leq 4)$

$4x^2-11x-2=0$ 의 해 $x=k$

$k = \dfrac{11\pm\sqrt{121+32}}{8}$

$1<k\leq 4$ 이므로 $k=\dfrac{11+3\sqrt{17}}{8}$

$16(p+q) = 2(11+3) = 28$

$\boxed{28}$