2014학년도 대수능 예비 시행 5월 모의평가 수학 A형 정답 및 해설

1.
출제의도 : 지수와 로그의 계산을 할 수 있는가?

$$4^{-\frac{1}{2}}\times\log_3 9=(2^2)^{-\frac{1}{2}}\times\log_3 3^2$$
$$=2^{2\times\left(-\frac{1}{2}\right)}\times 2\log_3 3$$
$$=2^{-1}\times 2$$
$$=2^0$$
$$=1$$

<답> ①

2.
출제의도 : 행렬의 뺄셈과 곱셈을 할 수 있는가?

$$A-B=\begin{pmatrix}1&2\\3&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&1\\2&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$$

이므로

$$(A-B)^2=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&2\\2&2\end{pmatrix}$$

따라서 행렬 $(A-B)^2$의 모든 성분의 합은

$2+2+2+2=8$

이다.

<답> ④

3.
출제의도 : r^n이 포함된 식의 극한값을 계산할 수 있는가?

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2\times 5^n-3^n}{5^{n+1}+2^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2-\left(\frac{3}{5}\right)^n}{5+\left(\frac{2}{5}\right)^n}=\frac{2}{5}$$

<답> ④

4.
출제의도 : 정적분을 계산할 수 있는가?

$$\int_{-1}^{1}(x^3+3x^2+5)dx$$
$$=\int_{-1}^{1}x^3dx+\int_{-1}^{1}(3x^2+5)dx$$
$$=0+2\int_{0}^{1}(3x^2+5)dx$$
$$=2\left[x^3+5x\right]_0^1$$
$$=2(1+5)$$
$$=12$$

<답> ②

5.
출제의도 : 독립인 두 사건의 확률을 계산할 수 있는가?

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}$에서

$\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B)=\frac{1}{4}$ … ㉠

두 사건 A, B가 서로 독립이므로
두 사건 A^c, B도 서로 독립이다.

따라서 $\mathrm{P}(A^c\cap B)=\frac{1}{6}$에서

$\mathrm{P}(A^c)\cdot\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$

$\{1-\mathrm{P}(A)\}\cdot\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$ $\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$\mathrm{P}(B)-\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$

$\therefore \mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$

이 값을 ㉠에 대입하면

$\mathrm{P}(A)\cdot\frac{5}{12}=\frac{1}{4}$

$\therefore \mathrm{P}(A)=\frac{1}{4}\times\frac{12}{5}=\frac{3}{5}$

<답> ③

6.

출제의도 : 로그부등식을 풀 수 있는가?

$\log_{\sqrt{2}}|x|<5$

$\log_{\sqrt{2}}|x|<\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{2})^5$

$\therefore 0<|x|<(\sqrt{2})^5$ $\cdots$ ㉠

$(\sqrt{2})^5=4\sqrt{2}$, $5<4\sqrt{2}<6$

이므로

부등식 ㉠을 만족시키는 정수 x는

$-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

의 10개이다.

<답> ③

7.

출제의도 : 함수의 극한값을 구할 수 있는가?

$\lim_{x\to 0}f(x)=3$, $\lim_{x\to 1+0}f(x)=1$

이므로

$\lim_{x\to 0}f(x)+\lim_{x\to 1+0}f(x)=3+1=4$

<답> ②

8.

출제의도 : 연속확률변수의 성질과 확률을 구할 수 있는가?

X의 확률밀도함수를 $f(x)(0\le x\le 10)$라고 하자.

$\int_0^{10}f(x)dx=1$ 에서 $\frac{1}{2}\cdot 10\cdot b=1$

$\therefore\ b=\frac{1}{5}$

또한 $\mathrm{P}(0\le X\le a)=\int_0^a f(x)dx=\frac{2}{5}$ 에서

$\frac{1}{2}\cdot a\cdot b=\frac{2}{5}$ $\cdots$ ㉠

$b=\frac{1}{5}$을 ㉠에 대입하면

$\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$

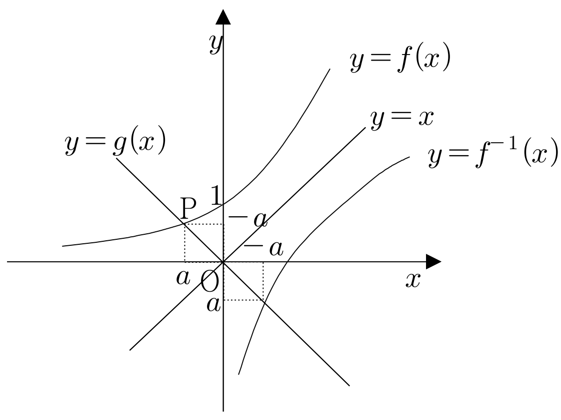
$\therefore\ a=4$

$\therefore\ a+b=4+\frac{1}{5}=\frac{21}{5}$

<답> ①

9.

출제의도 : 지수함수의 그래프를 이해할 수 있는가?



ㄱ. (거짓) P의 y좌표는 $-a$이고

그림에서 $0<-a<1$ 이다.

$\therefore\ -1<a<0$

ㄴ. (참) i) $0<t<-a$ 일 때

$$\begin{aligned}&|f(t)-g(t)|\\&=f(t)-g(t)\\&>f(t) && (\because g(t)<0)\\&>f(-t) && (\because -t<0)\\&>f(-t)-g(-t) && (\because g(-t)>0)\\&=|f(-t)-g(-t)| && (\because f(-t)>g(-t))\end{aligned}$$

ii) $t\geq -a$ 일 때

$$\begin{aligned}&|f(t)-g(t)|\\&=f(t)-g(t)\\&>-g(t) && (\because f(t)>0)\\&=g(-t)\\&>g(-t)-f(-t) && (\because f(-t)>0)\\&=|f(-t)-g(-t)| && (\because g(-t)\geq f(-t))\end{aligned}$$

ㄷ. (참) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 좌표가 $(a,-a)$이므로 함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프와 함수 $y=g^{-1}(x)$의 그래프가 만나는 점의 좌표는 $(-a,a)$이다.

그런데 $g^{-1}(x)=g(x)$이므로 함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 좌표는 $(-a,a)$이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ,ㄷ이다.

<답> ⑤

10.

출제의도 : 속도를 나타내는 함수를 정적분하여 움직인 거리를 구할 수 있는가?

$$\int_0^6|v(t)|dt=\int_0^4 v(t)dt+\int_4^6\{-v(t)\}dt$$

$$=\frac{1}{2}\times1\times1+\frac{1}{2}\times2\times(1+2)+\frac{1}{2}\times1\times2+\frac{1}{2}\times2\times1$$

$$=\frac{1}{2}+3+1+1$$

$$=\frac{11}{2}$$

<답> ⑤

11.

출제의도 : 연속함수의 성질을 이용하여 미정계수를 구할 수 있는가?

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x=-1$, $x=0$에서도 연속이다.

i) $x=0$에서 $f(x)$가 연속이므로

$f(0)=\lim\limits_{x\to-0}f(x)$. 즉,

$3\times0^2+2a\times0+b=\lim\limits_{x\to-0}(ax+1)\quad\therefore\ b=1$

ii) $x=-1$에서 $f(x)$가 연속이고

$f(x+2)=f(x)$이므로

$$\lim_{x\to-1-0}f(x)=\lim_{x\to1-0}f(x)=\lim_{x\to1-0}(3x^2+2ax+b)$$

이다.

그러므로 $f(-1)=\lim\limits_{x\to-1-0}f(x)=\lim\limits_{x\to1-0}(3x^2+2ax+b)$

$-a+1=3+2a+b\quad\therefore\ a=-1$

따라서 $a+b=0$

<답> ③

12.
출제의도 : 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬과 변사이의 관계를 알고 있는가?

그래프의 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은 변의 개수의 2배와 같다.
변의 개수는 12이므로 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은 $2 \times 12 = 24$

<답> ④

13.
출제의도 : 각 지점에 연결된 도로의 개수를 확률변수로 하는 확률분포에서의 기댓값을 구할 수 있는가?

각 꼭짓점에 연결된 변의 개수에 따라 꼭짓점을 분류하면

변의 개수	꼭짓점
2	A, D, G, H
3	E
4	B, C
5	F

X의 확률분포를 표로 나타내면

X	2	3	4	5	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

그러므로

$$\mathrm{E}(X) = 2 \times \frac{4}{8} + 3 \times \frac{1}{8} + 4 \times \frac{2}{8} + 5 \times \frac{1}{8} = \frac{24}{8} = 3$$

따라서 $\mathrm{E}(3X+1) = 3\mathrm{E}(X) + 1 = 10$

<답> ③

14.
출제의도 : 모집단의 분포를 이용하여 표본평균의 확률을 구할 수 있는가?

어느 고등학교 학생들의 일주일 독서 시간을 확률변수 X라고 할 때 X는 평균이 7, 표준편차가 2인 정규분포를 따른다. 이 고등학교 학생 중 36명을 임의추출하여 만든 표본의 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(7, \frac{2^2}{36}\right)$을 따른다.

따라서

$$\mathrm{P}\left(6 + \frac{40}{60} \le \overline{X} \le 7 + \frac{30}{60}\right)$$
$$= \mathrm{P}\left(\frac{6 + \frac{40}{60} - 7}{\frac{1}{3}} \le \frac{\overline{X} - 7}{\frac{1}{3}} \le \frac{7 + \frac{30}{60} - 7}{\frac{1}{3}}\right)$$
$$= \mathrm{P}\left(-1 \le Z \le \frac{3}{2}\right)$$
$$= \mathrm{P}(0 \le Z \le 1) + \mathrm{P}(0 \le Z \le 1.5)$$
$$= 0.3413 + 0.4332 = 0.7745$$

<답> ②

15.
출제의도 : 행렬의 거듭제곱을 간단하게 표현할 수 있고 수열의 규칙성을 발견할 수 있는가?

$$\begin{aligned}(A-E)^{n+1} &= a_n A^2 - a_n A + (-1)^n A + (-1)^{n+1} E \\ &= a_n(3A) - a_n A + (-1)^n A + (-1)^{n+1} E \\ &= 2a_n A + (-1)^n A + (-1)^{n+1} E \\ &= \left\{2a_n + (-1)^n\right\} A + (-1)^{n+1} E\end{aligned}$$

그러므로 (가)$=(-1)^n$

$$a_n + a_{n+1} = 2(a_{n-1} + a_n)$$

이고 $a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$

이므로 수열 $\{a_n + a_{n+1}\}$은 첫째항이 2이고 공비가 2인 등비수열이다. 즉,

$a_n + a_{n+1} = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$

그러므로 (나)$= 2^n$

따라서 $f(n) = (-1)^n$이고 $g(n) = 2^n$이므로

$$f(9) \times g(5) = (-1)^9 \times 2^5 = -32$$

<답> ①

16.

출제의도 : 무한등비급수의 규칙성을 찾고 그 극한값을 구할 수 있는가?

각 단계에서 만들어지는 도형의 넓이는 등비수열을 이루므로 공비와 첫째항을 구하여 무한등비급수의 합을 구할 수 있다.

R_1에서 두 반지름을 각각 지름으로 하는 두 반원을 그리고, 두 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 그린 후, 두 내접원 안에 두  모양의 도형을 그리고 칠한 것이 R_2이다. 그러므로 R_2에서 만들어지는 내접원의 반지름은 R_1의 반지름의 $\frac{1}{4}$이다.

또 R_1에서는  모양의 도형이 하나이지만 R_2에서는 2개의 도형이므로 공비는 $2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}$이다.

첫째항은 점 D가 선분 OC를 1:2로 내분하는 점이므로 $\overline{\mathrm{OD}} = \frac{1}{3} \times 3 = 1$

각 AOB를 이등분한 각이 COB이므로 $\angle \mathrm{COB} = \frac{\pi}{4}$

그러므로 첫째항은

$$2 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 3 \times \sin\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

따라서 $\lim_{n\to\infty} S_n = \dfrac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{1-\frac{1}{8}} = \dfrac{12\sqrt{2}}{7}$

<답> ②

17.

출제의도 : 역행렬과 행렬의 곱을 이용하여 주어진 명제의 참, 거짓을 판정할 수 있는가?

ㄱ. (참) $(AB)^2 = E$이므로 $ABAB = E$이다. 두 행렬 M, N에 대하여 $MN = NM = E$이면 $N^{-1} = M$이고 $M^{-1} = N$이므로 $A^{-1} = BAB$이고 $B^{-1} = ABA$이다.

ㄴ. (참) $A^2 = A - E$에서
$E = A - A^2 = A(E - A)$이다.
즉, $A^{-1} = E - A$
그러므로 $BAB = E - A = -(A - E) = -A^2$

ㄷ. (참) $B^2AB^2 = B(BAB)B = B(E-A)B$
$= B^2 - BAB = B^2 - (-A^2)$
$= A^2 + B^2$

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 참이다.

<답> ⑤

18.

출제의도 : 수열의 규칙성을 찾을 수 있는가?

$a_2 = (-1)^1 a_1 + \sin\frac{\pi}{2} = 1$

$a_3 = (-1)^2 a_2 + \sin\frac{2\pi}{2} = 1$

$a_4 = (-1)^3 a_3 + \sin\frac{3\pi}{2} = -2$

$a_5 = (-1)^4 a_4 + \sin\frac{4\pi}{2} = -2$

$a_6 = (-1)^5 a_5 + \sin\frac{5\pi}{2} = 3$

$a_7 = (-1)^6 a_6 + \sin\frac{6\pi}{2} = 3$

$a_8 = (-1)^7 a_7 + \sin\frac{7\pi}{2} = -4$

항과 함께 수열을 나열하면

a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	$\cdots$
1	1	-2	-2	3	3	-4	$\cdots$

따라서 $a_{50} = a_{2\times 25} = 25$

<답> ④

<참고>

i) $n=2k$일 때 $a_{2k+1} = a_{2k} + \sin\left(\frac{2k\pi}{2}\right) = a_{2k}$

ii) $n=2k-1$일 때

$$a_{2k} = -a_{2k-1} + \sin\frac{(2k-1)\pi}{2}$$

그런데 $a_{2k+1} = a_{2k}$이므로

$$a_{2k+1} + a_{2k-1} = \sin\frac{(2k-1)\pi}{2}$$

그러므로

a_1	a_3	a_5	a_7	a_9	a_{11}	a_{13}	$\cdots$
0	1	-2	3	-4	5	-6	$\cdots$

19.

출제의도 : 직선의 방정식에 활용된 수열의 규칙성을 찾고 극한값을 구할 수 있는가?

점 A_n의 x좌표가 a_n이므로 $a_1 = 1$이고 A_n의 좌표는 $(a_n, 0)$이다.

(가)의 규칙에 의해서 B_n의 x좌표는 $a_n + n$이다.

(나)의 규칙에서 점 A_n을 지나고 기울기가 2인 직선의 방정식은

$$y = 2(x - a_n)$$

이고, 점 B_n과 점 C_n을 지나는 직선의 방정식은 직선 $y = 2(x-a_n)$과 수직으로 만나고 있으므로 기울기가 $-\frac{1}{2}$이다.

즉, $y = -\frac{1}{2}(x - a_n - n)$

두 직선의 만나는 점의 x좌표를 구하면

$$2(x - a_n) = -\frac{1}{2}(x - a_n - n)$$

$$\frac{5}{2}x = \frac{5a_n + n}{2}$$

$$\therefore\ x = a_{n+1} = a_n + \frac{1}{5}n$$

그러므로 $a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{5}k$

$$= 1 + \frac{1}{5}\times\frac{(n-1)n}{2}$$

$$= \frac{n^2 - n + 10}{10}$$

따라서 $\lim_{n\to\infty}\frac{n^2 - n + 10}{10n^2} = \frac{1}{10}$

<답> ①

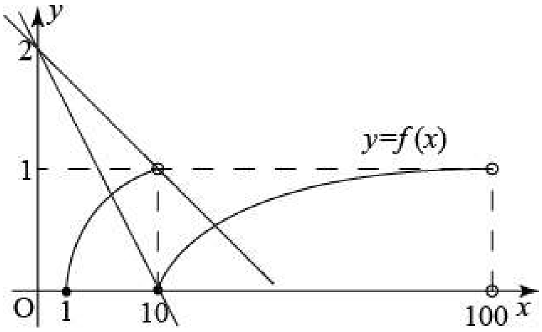
20.

출제의도 : 상용로그에서 가수의 의미를 알고 그래프를 그려서 일차함수와의 교점을 구할 수 있는가?

$y = 2 - \frac{x}{n}$의 그래프는 점 $(0, 2)$를 지나는 직선이고 함수 $y=f(x)$는 0이상 1미만의 값을 취하는 함수이므로

$$f(x) = \begin{cases} \log x & (1 \le x < 10) \\ \log x - 1 & (10 \le x < 100) \end{cases}$$

이다. 그러므로 $y=f(x)$의 그래프는 다음과 같다.



두 그래프가 만나는 점의 개수가 2이므로

직선 $y=2-\frac{x}{n}$이 지나는 점을 이용하여 n의 값을 다음과 같이 구할 수 있다.

ⅰ) 점 $(10, 0)$을 지나는 경우

$0=2-\frac{10}{n}$에서 $n=5$

ⅱ) 점 $(10, 1)$을 지나는 경우

$1=2-\frac{10}{n}$에서 $n=10$

ⅰ), ⅱ)에 의해서 $5 \le n < 10$

따라서 자연수 n의 개수는 5

<답> ⑤

21.

출제의도 : 미분법을 활용하여 미분가능을 판정 할 수 있는가?

함수 $f(t)$를 구하면 다음과 같다.

$$f(t)=\begin{cases} t^2 & (0<t\le 1) \\ \frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2} & (1<t\le 2) \\ 2t-\frac{3}{2} & (2<t\le 3) \\ 3t-\frac{9}{2} & (3<t<4) \end{cases}$$

열린 구간 $(0,\ 4)$에서 $t\ne 1,\ t\ne 2, t\ne 3$인 경우에 함수 $f(t)$는 미분가능하다.

$$f'(t)=\begin{cases} 2t & (0<t<1) \\ t & (1<t<2) \\ 2 & (2<t<3) \\ 3 & (3<t<4) \end{cases}$$

이므로

$t=1,\ t=2,\ t=3$에서 함수 $f(t)$가 미분가능한지 알아보자.

(i) $t=1$일 때

$\lim_{x\to 1-0} f'(x)=2,\ \lim_{x\to 1+0} f'(x)=1$ 이므로

$t=1$에서 함수 $f(t)$는 미분가능하지 않다.

(ii) $t=2$일 때

$\lim_{x\to 2-0} f'(x)=2,\ \lim_{x\to 2+0} f'(x)=2$ 이므로

$t=2$에서 함수 $f(t)$는 미분가능하다.

(iii) $t=3$일 때

$\lim_{x\to 3-0} f'(x)=2,\ \lim_{x\to 3+0} f'(x)=3$ 이므로

$t=3$에서 함수 $f(t)$는 미분가능하지 않다.

따라서 $t=1,\ t=3$에서 함수 $f(t)$는 미분가능하지 않으므로 구하는 t의 값의 합은

$1+3=4$

<답> ③

22.

출제의도 : 함수의 극한값을 구할 수 있는가?

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 2}\frac{x^2+9x-22}{x-2} &= \lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+11)}{x-2} \\ &= \lim_{x\to 2}(x+11) \\ &= 2+11 \\ &= 13\end{aligned}$$

<답> 13

2014학년도 대수능 예비 시행 5월 모의평가 수학 A형 정답 및 해설

23.
출제의도: 등차수열의 합을 이용하여 항의 개수를 구할 수 있는가?

첫째항이 -6, 공차가 2인 등차수열이고 첫째항부터 제n항까지의 합이 30이므로

$$\frac{n\{2\cdot(-6)+(n-1)\cdot 2\}}{2}=30$$
$$n^2-7n-30=0$$
$$(n-10)(n+3)=0$$
$$\therefore n=10(\because n>0)$$

<답> 10

24.
출제의도: 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 수열의 항을 구할 수 있는가?

$$a_1=S_1=2^0+5=6$$
$$a_5=S_5-S_4=(2^4+5)-(2^3+5)=8$$
$$\therefore\quad a_1+a_5=6+8=14$$

<답> 14

25.
출제의도 : 미분법을 활용하여 다항함수의 극댓값을 구할 수 있는가?

함수 $f(x)=x^3-9x^2+24x+5$에서

$$\begin{aligned} f'(x)&=3x^2-18x+24\\ &=3(x-2)(x-4)=0 \end{aligned}$$

그러므로 $x=2$ 또는 $x=4$

x	$\cdots$	2	$\cdots$	4	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

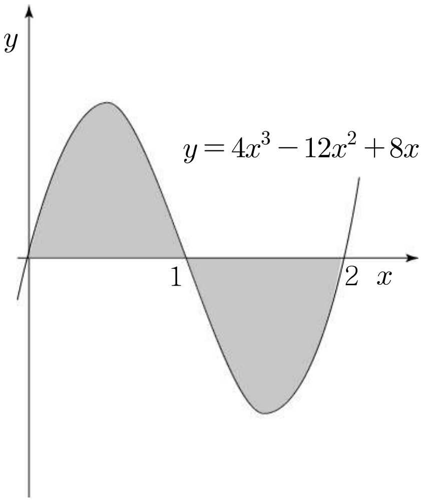
함수 $f(x)$는 $x=2$에서 극대이므로
구하는 극댓값은

$f(2)=25$

<답> 25

26.
출제의도 : 정적분을 활용하여 곡선과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는가?

$y=4x^3-12x^2+8x=4x(x-1)(x-2)$이므로
함수 $y=4x^3-12x^2+8x$의 그래프는 그림과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$$\int_0^2|4x^3-12x^2+8x|dx$$
$$=\int_0^1(4x^3-12x^2+8x)dx+\int_1^2(-4x^3+12x^2-8x)dx$$
$$=\Big[\ x^4-4x^3+4x^2\Big]_0^1+\Big[\ -x^4+4x^3-4x^2\Big]_1^2$$
$$=1+1$$
$$=2$$

<답> 2

2014학년도 대수능 예비 시행 5월 모의평가 수학 A형 정답 및 해설

27.

출제의도 : 중복조합을 이용하여 다항식의 전개식에서 서로 다른 항의 개수를 구할 수 있는가?

$(a+b+c)^4$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 서로 다른 세 문자 a, b, c에서 중복을 허용하여 네 문자를 선택하는 방법의 수와 같으므로 이 경우의 서로 다른 항의 개수는

$${}_{3+4-1}\mathrm{C}_4 = {}_6\mathrm{C}_4 = {}_6\mathrm{C}_2 = \frac{6\cdot5}{2\cdot1} = 15(\text{가지})$$

$(x+y)^3$의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 서로 다른 두 문자 x, y에서 중복을 허용하여 세 문자를 선택하는 방법의 수와 같으므로 이 경우의 서로 다른 항의 개수는

$${}_{2+3-1}\mathrm{C}_3 = {}_4\mathrm{C}_3 = {}_4\mathrm{C}_1 = 4(\text{가지})$$

따라서 주어진 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 $15\times4=60$(가지)

<답> 60

28.

출제의도 : 로그의 성질을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가?

신호잡음전력비가 a일 때 신호의 최대 전송 속도를 C_a, 신호잡음전력비가 $33a$일 때 신호의 최대 전송 속도를 C_{33a}라 하자.

$C_a = B\times\log_2(1+a)$

$C_{33a} = B\times\log_2(1+33a)$

이때 $C_{33a}=2C_a$이므로

$B\times\log_2(1+33a)=2B\times\log_2(1+a)$

$1+33a=(1+a)^2$

$a^2-31a=0$

$\therefore\ a=31 \quad (\because\ a>0)$

<답>31

29.

출제의도 : 조건부확률을 구할 수 있는가?

주사위를 던져 얻은 점수가 5점 이상인 사건을 A, 주사위를 한 번만 던져 얻은 점수가 5점 이상인 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{6}+\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{6}=\frac{5}{9}$

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{9}}=\frac{3}{5}$$

$\therefore p=5,\ q=3$

$\therefore p^2+q^2=25+9=34$

<답>34

30

출제의도 : 미분법과 접선의 방정식을 활용할 수 있는가?

직선 AB와 삼차함수 $y=x^3-5x$가 접하는 점의 좌표를 $(x_1,\ y_1)$이라 하면 직선 AB의 기울기가 1이므로 $y'_{x=x_1}=1$이다.

$y'=3x^2-5$이므로

$y'_{x=x_1}=3x_1^2-5=1$

$\therefore x_1=-\sqrt{2}\,(\because x_1<0)$

$y_1=-2\sqrt{2}+5\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

이때, 직선 AB의 방정식은

$y-3\sqrt{2}=x-(-\sqrt{2})$

$\therefore y=x+4\sqrt{2}$

두 점 A, B의 좌표가

$\mathrm{A}(0,\ 4\sqrt{2})$, $\mathrm{B}(-4\sqrt{2},\ 0)$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+(4\sqrt{2})^2}=8$

따라서 구하는 정사각형 ABCD의 둘레의 길이는 $4\overline{\mathrm{AB}}=4\times8=32$

<답> 32