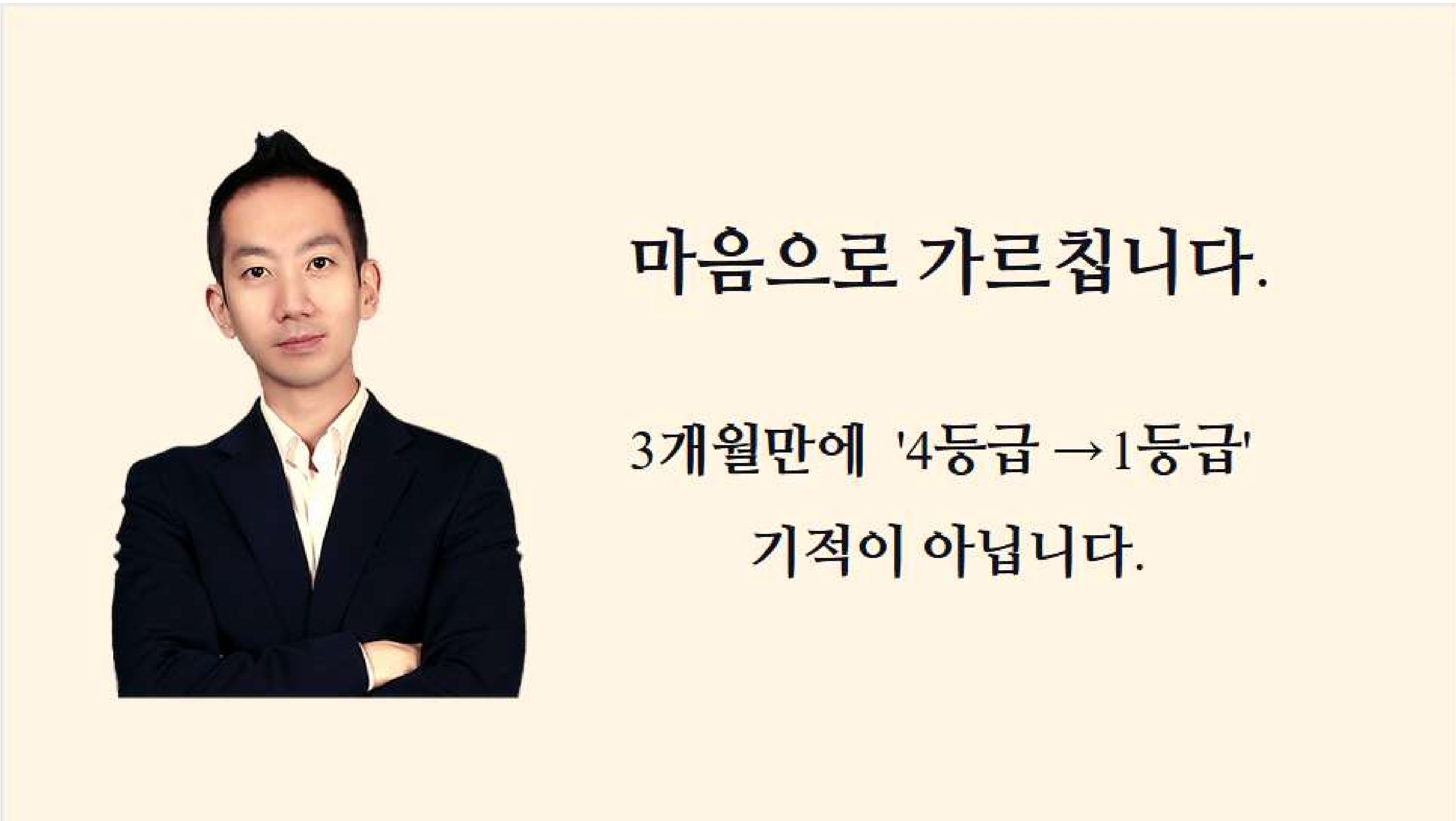


정지호

01075132362

동국대학교 수학교육과
고려대학교 교육대학원 수학교육전공

현) 대치다원본원
전) 중계명인학원
전) 평촌메가 최다수강생/전과목 강의평가 1등
전) 성북메가 고3 문,이과 담임겸임/전과목 강의평가 1등
전) 대원외고 초빙강사

공 부 법

첫째, REVIEW를 암기하고 문제 푸세요.

둘째, 조금이라도 애매하면 모르는 것입니다. 질문하거나 답지를 보세요.

셋째, 답지를 보거나 영상을 보았으면, 답지를 덮고, 반드시 다시 풀어야 합니다.

넷째, 책에 틀리거나 애매한 문제도 반드시 문제 옆에 표시하고, 나중에 다시 풀어야 합니다.

다항식

(1) 다항식의 연산

(2) 항등식

(3) 인수분해

1. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

2. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

3. $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

4. $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

5. $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

1. $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

2. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

3. $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

4. $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

5. $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

6. $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

7. $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$

8. $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

9. $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

10. $(a-\frac{1}{a})^2=(a+\frac{1}{a})^2-4$

11.

1) 다항식 $2x^2+3xy-y^2+x-10y+1$에 대하여 다음에 답하라. x에 대하여 내림차순으로 정리하여라.

2) x에 대하여 오름차순으로 정리하여라.

3) 다음 각 식을 간단히 하여라.

(1) $(-x^2y^3z)^5 \div (-xy^2z^4)^3$

(2) $(6a^4b^5c^3)^2 \times (-2ab^2)^3$

곱셈 공식을 이용하여 다음 식을 전개하여라.

4) $(3x+2)^2$

5) $(4x-1)^2$

6) $(2a+3b)(2a-3b)$

7) $(a+2b-c)^2$

8) $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$

9) $(3a-1)(9a^2+3a+1)$

10) $(2a+b-c)(4a^2+b^2+c^2-2ab+bc+2ca)$

다음 값을 구하여라.

11) $a+b=3$, $ab=-10$ 일 때, a^2+b^2

12) $a-b=-4$, $ab=3$ 일 때, a^2+b^2

13) $a+b=3$, $ab=-2$ 일 때, a^3+b^3

14) $a-b=1$, $ab=4$ 일 때, a^3-b^3

15) $x^2-3x+1=0$일 때, $x^3+\frac{1}{x^3}$

다항식

(1) 다항식의 연산

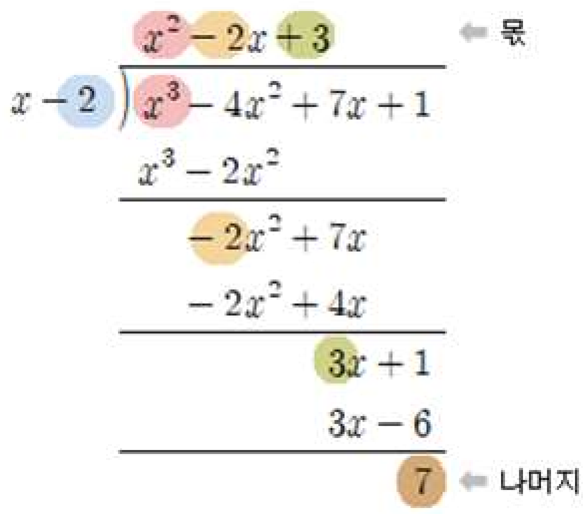
(2) 항등식

(3) 인수분해

1. 몫과 나머지

① 나눗셈

ex3) x^3-4x^2+7x+1을 $x-2$로 나눈 몫, 나머지

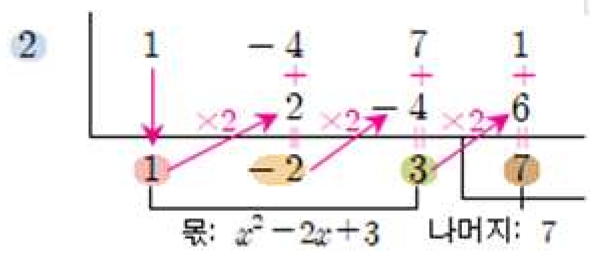


하지만, 나누고 난 후 가장 중요한 것은 표현하는 것이다.

$x^3-4x^2+7x+1=(x-2)(x^2-2x+3)+7$

② 조립제법(단, 일차식으로 나눌 때만 가능)

ex4) x^3-4x^2+7x+1을 $x-2$로 나눈 몫, 나머지



하지만, 조립제법을 쓰고 난 후 가장 중요한 것은 표현하는 것이다.

$x^3-4x^2+7x+1=(x-2)(x^2-2x+3)+7$

③ 나머지정리

ex5) x^3-4x^2+7x+1을 $x-2$로 나눈 나머지

$x^3-4x^2+7x+1=(x-2)Q(x)+R$

$x=2$대입 $7=R$

※ 이차로 나누었을 때는 나머지 $R(x)=ax+b$

삼차로 나누었을 때는 나머지 $R(x)=ax^2+bx+c$

16) $(x^3-2x^2+5)\div(x-3)$의 몫과 나머지를 구하여라.

17) 다항식 x^3+ax^2+b가 x^2-x+2로 나누어떨어질 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

조립제법을 이용하여 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 구하여라.

18) $(x^3+3x^2+3x+2)\div(x+2)$

19) 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 3이고, 다항식 $g(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지가 -1일 때, 다항식 $3f(x)-4g(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

20) 다항식 $2x^3+x^2-3x$를 $(x-1)(x+1)$로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

다항식

(1) 다항식의 연산

(2) 항등식

(3) 인수분해

21) 다음 식을 인수분해 하여라.

(1) $(x-1)a+(x-1)$

(2) $1-x-y+xy$

(3) $ac-bd-ad+bc$

22) 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^3-3a^2+3a-1=(a-1)^3$

② $x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3=(x-3y)^3$

③ $x^3-8=(x+2)(x^2-2x+4)$

④ $x^3-5x^2+6x=x(x-2)(x-3)$

⑤ $a^4+a^2b^2+b^4=(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

방정식과 함수

(4) 복소수

(5) 이차방정식

(6) 이차방정식과 이차함수

(7) 여러 가지 방정식

1. 거듭제곱의 성질

① $i^{1}=i$

② $i^{2}=-1$

③ $i^{3}=-i$

④ $i^{4}=1$

⑤ $i^{5}=-i$

⑥ $i^{6}=-1$

⑦ $i^{7}=-i$

⑧ $i^{8}=1$

23) 다음 수를 허수단위 i를 사용하여 나타내어라.

(1) $\sqrt{-5}$

(2) $\sqrt{-16}$

(3) $\sqrt{-27}$

(4) $-\sqrt{-32}$

24) 다음을 계산하여라.

(1) i^{25}

(2) $(-i)^{5}$

(3) $-i^{7}$

(4) $i^{100}+i^{200}$.

다음 등식을 만족시키는 실수 x, y의 값을 구하여라.

25) $(x+y)+4i=-2+2yi$

26) $(3x+y)+(x-y)i=5-i$

다음을 계산하여라.

27) $(5+3i)+(-2+6i)$

28) $(7+2i)-(4-3i)$

29) $(3+4i)(1-2i)$

다음을 계산하여라.

30) $\dfrac{5-3i}{1+i}$

다음 복소수의 켤레복소수를 구하여라.

31) $3+2i$

32) $-4i+1$

방정식과 함수
(4) 복소수
(5) 이차방정식
(6) 이차방정식과 이차함수
(7) 여러 가지 방정식

1. 방정식
① n차 방정식의 해의 개수 => 언제나 n개

② 해, 근 => x, 값 => y

③ 인수분해 또는 근의 공식으로 구한다.

2. $ax^2+bx+c=0$의 해
① 해가 α, β
$\Leftrightarrow$
② $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)=0$
$\Leftrightarrow$
③ ax^2+bx+c에 α, β를 대입하면 0이 된다.(식이 성립한다)

3. 식의 변형 : 식을 변형해도 해는 바뀌지 않는다.
ex1) $2x^2+5x=0$의 해 = $2x^2+3x=-2x$의 해

4.근의 공식과 판별식
① $ax^2+bx+c=0$, $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
$D=b^2-4ac$

② $ax^2+2b'x+c=0$, $x=\dfrac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$
$D=b'^2-ac$

③ $D>0$ => 서로 다른 두 실근
$D=0$ => 서로 같은 두 실근(=중근)
$D<0$ => 서로 다른 두 허근

5. 근과 계수의 관계
$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}, \alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

33) 다음 방정식을 풀어라.

(1) $|x-1|=2x+4$

(2) $|x+2|+|x-3|=7$

(3) $|x-1|=|3-x|$

34) 이차방정식 $x^2+x-3=0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라 할 때, $(2-\alpha^2-\alpha)(2-\beta^2-\beta)$의 값을 구하여라.

35) 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2-5x+4=0$

(2) $10x^2-x-3=0$

36) 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+3x+1=0$

(2) $2x^2+3x+4=0$

(3) $x^2-8x+28=0$

37) 다음 물음에 답하여라.

(1) 방정식 $|x|^2-2|x|-2=0$ 의 모든 근의 곱을 구하여라.

(2) 방정식 $x^2-|x|-2=\sqrt{(x-1)^2}$ 의 모든 근의 합을 구하여라.

38) 다음 이차방정식의 근을 판별하여라.

(1) $x^2-3x-1=0$

(2) $9x^2-6x+1=0$

(3) $3x^2-5x+5=0$

39) 이차방정식 $x^2+2x-2=0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $\alpha+\beta$

(2) $\alpha\beta$

(3) $\alpha^2+\beta^2$

(4) $|\alpha-\beta|$

x^2의 계수가 1이고, 다음 두 수를 근으로 하는 x에 대한 이차방정식을 구하여라.

40) $-4,\ 3$

41) $3+\sqrt{2},\ 3-\sqrt{2}$

42) $2+i,\ 2-i$

43) x에 대한 이차방정식 $x^2-5(m-1)x-16m=0$의 두 근의 비가 $1:4$일 때, 상수 m의 값은?

① -2　② -1　③ 0

④ 1　⑤ 2

방정식과 함수

(4) 복소수

(5) 이차방정식

(6) 이차방정식과 이차함수

(7) 여러 가지 방정식

1. 해, 근 => x, 값 => y

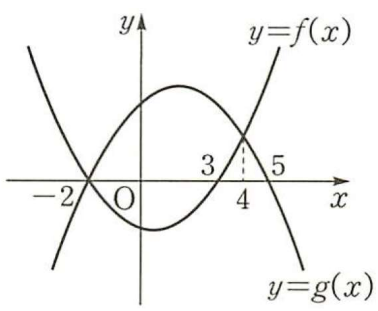
2. 식의 변형 : 식을 변형해도 해는 바뀌지 않는다.
ex1) $2x^2+5x=0$의 해 $\Leftrightarrow$ $2x^2+3x=-2x$의 해

3. 함수와 방정식의 관계
① 방정식 $ax^2+bx+c=mx+n$의 관계
$\Leftrightarrow$ $y=ax^2+bx+c$과 $y=mx+n$와의 관계

② 방정식 $ax^2+bx+c=0$의 관계
$\Leftrightarrow$ $y=ax^2+bx+c$와 $y=0$(x축)의 관계

4. 함수와 방정식의 해
① 방정식 $ax^2+bx+c=mx+n$의 해
$\Leftrightarrow$ $y=ax^2+bx+c$과 $y=mx+n$의 교점의 x좌표

예)
두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 방정식 $f(x)-g(x)=0$의 모든 해의 합을 구하여라.



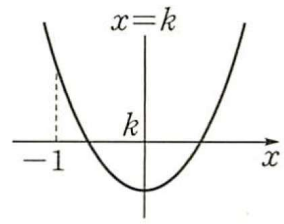
풀이]
$f(x)-g(x)=0$에서 $f(x)=g(x)$ …… ㉠
㉠을 만족시키는 해는 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프의 교점의 x좌표이므로
$x=-2$ 또는 $x=4$
따라서 구하는 모든 해의 합은 2이다.

② 방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해
$\Leftrightarrow$ $y=ax^2+bx+c$와 $y=0$(x축)의 교점의 x좌표

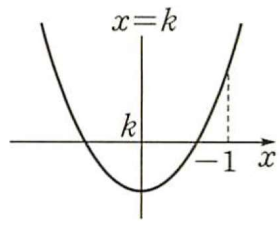
예)
이차방정식 $x^2-2x+k-1=0$의 실근이 모두 -1보다 클 때, 모든 정수 k의 범위를 구하시오.

풀이]
$x^2-2x+k-1=0$는 $y=x^2-2x+k-1$과 $y=0$(x축)과의 관계로 볼 수 있다. 따라서 근의 분리에 의해서 $-2<k\le 2$

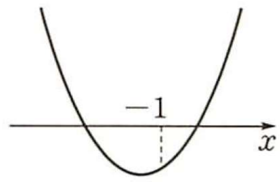
5. 근의 분리
① 두 근이 모두 -1보다 크다.
⇨ $D\ge 0$, $f(-1)>0$, $k>-1$



② 두 근이 모두 -1보다 작다.
⇨ $D\ge 0$, $f(-1)>0$, $k<-1$



③ 두 근 사이에 -1이 있다.
⇨ $f(-1)<0$



6. 응용
A원이 1년동안 $p\%$올랐다 => $A(1+\frac{p}{100})$

A원이 2년동안 $p\%$씩 올랐다 => $A(1+\frac{p}{100})^2$

B원이 1년동안 $p\%$내렸다 => $B(1-\frac{p}{100})$

B원이 2년동안 $p\%$씩 내렸다 => $B(1-\frac{p}{100})^2$

44) 다음 그래프를 그려라.

(1) $y=2$

(2) $x=2$

(3) $y=0$

(4) $x=0$

45) 기울기가 $\frac{1}{2}$, $(4,4)$을 지나는 일차함수를 구하고, 그래프를 그려라.

46) $(-1,2),(1,6)$을 지나는 일차함수를 구하고, 그래프를 그려라.

47) x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45°이고, y절편이 -1인 일차함수를 구하고, 그래프를 그려라.

다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하여라.

48) $y=-x^2-x+1$

49) $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-1$

51) 그래프의 축의 방정식이 $x=-2$이고, 두 점 $(2,\ -12)$, $(4,\ -32)$를 지나는 이차함수

다음 조건을 만족시키는 이차함수의 식을 구하고, 그래프를 그려라.

50) 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 4)$이고, 점 $(0,\ 8)$을 지나는 이차함수

52) 그래프가 x축과 만나는 두 점의 좌표가 $(-2,\ 0)$, $(-4,\ 0)$ 이고, 한 점 $(-3,\ -1)$을 지나는 이차함수

다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

53) $f(x)=-x^2+1 \quad (-1 \le x \le 2)$

54) $f(x)=x^2-2x+3 \quad (0 \le x \le 3)$

다음 이차함수의 그래프와 x축과의 교점의 개수를 구하여라.

55) $y=2x^2-8x+4$

56) $y=-x^2+2x-1$

57) 직선 $y=2x+k$가 이차함수 $y=x^2-6x+12$의 그래프와 두 점에서 만나고 그 두 점 사이의 거리가 $6\sqrt{5}$일 때, 실수k의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

다음 두 함수의 위치관계를 그래프로 그려라.

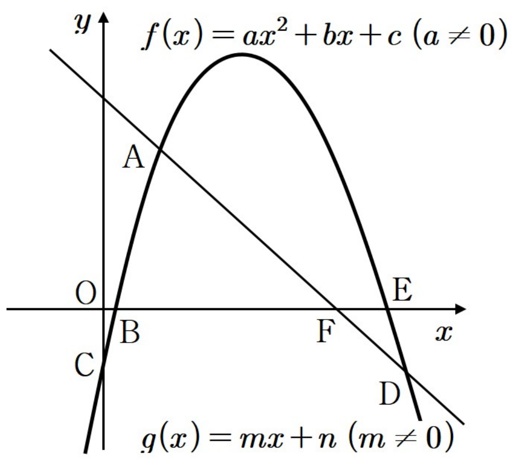
(단, x, y축은 표현하지 않는다.)

58) $y = -2x^2$, $y = -x - 1$

59) $y = x^2 - 2$, $y = 3x + 2$

60) $y = x^2 - 1$, $y = -x^2 + 2x + 3$

61) 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$와 일차함수 $g(x) = mx + n \ (m \neq 0)$의 위치관계가 아래 그림과 같을 때, 옳은 것을 모두 고르면?



① 세 실수 a, b, c의 부호는 $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$이다.

② 두 실수 c와 m의 곱 $cm < 0$이다.

③ 이차방정식 $f(x) = g(x)$의 실근은 두 개이고 판별식 $D \leq 0$이다.

④ 이차방정식 $f(x) = 0$의 실근은 서로 다른 두 점 B, E의 x좌표이다.

⑤ 이차방정식 $f(x) - g(x) = 0$의 실근은 서로 다른 두 점 A, D의 x좌표이다.

방정식과 함수

(4) 복소수

(5) 이차방정식

(6) 이차방정식과 이차함수

(7) 여러 가지 방정식

1. 삼차방정식의 세 근α, β, γ

$ax^3+bx^2+cx+d=0$

$\Leftrightarrow \ a(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)=0$

2. $ax^3+bx^2+cx+d=0$ 근과 계수의 관계

① $\alpha+\beta+\gamma=-\dfrac{b}{a}$

② $\alpha\beta+\beta\gamma+\alpha\gamma=\dfrac{c}{a}$

③ $\alpha\beta\gamma=-\dfrac{d}{a}$

3. 연립방정식

① 두 방정식의 공통의 해를 찾는다.

② 문자의 개수와 식의 개수가 일치할 때, 숫자인 해를 구할 수 있다.

ex4) $\begin{cases} x-y+z=3 \\ 3x+2y-z=2 \\ 2x+y+z=-1 \end{cases}$ 를 풀어라.

풀이] $x=2,\quad y=-3,\quad z=-2$

ex5) $\begin{cases} x-y+z=3 \\ \\ 2x+y+z=-1 \end{cases}$ 를 풀어라.

풀이] $x=\dfrac{2}{3}-\dfrac{2}{3}z$

한 문자를 다른 한 문자로 표현은 가능하다. 하지만 해를 숫자로 구할 수 없다.

다음 삼차방정식을 풀어라.

62) $x^3-27=0$

63) $x^3-x^2-12x=0$

64) $x^3-4x^2+3x+2=0$

65) 삼차방정식 $x^3-(1+2k)x+2k=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 k의 값의 합을 구하여라.

66) 삼차방정식 $x^3+4x^2+3x-5=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, 다음 값을 구하여라.

(1) $\alpha+\beta+\gamma$

(2) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$

(3) $\alpha\beta\gamma$

67) 세 수 -1, 2, 4를 근으로 하고, x^3의 계수가 1인 x에 대한 삼차방정식을 구하여라.

부등식과 함수

(8) 이차부등식

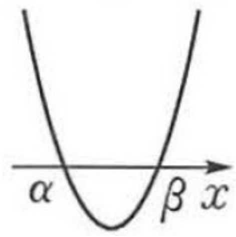
1. 부등식의 해, 근 => x범위

2. 식의 변형 : 식을 변형해도 해는 바뀌지 않는다.
ex1) $2x^2+5x \le 0$의 해 = $2x^2+3x \le -2x$의 해

3. 함수와 부등식의 관계
부등식$x^2-2x+1 \le x+5$의 해
$\Rightarrow$ $y=x^2-2x+1$가 $y=x+5$보다 아래에 놓여있는 x범위

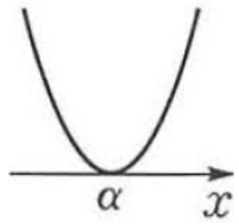
4. $y=ax^2+bx+c$와 x축$(y=0)$과의 관계

①



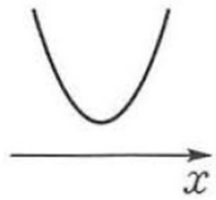
$a>0$, $D>0$

②



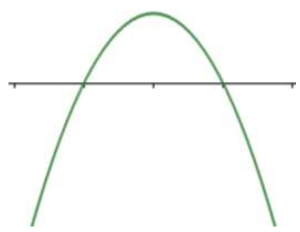
$a>0$, $D=0$

③



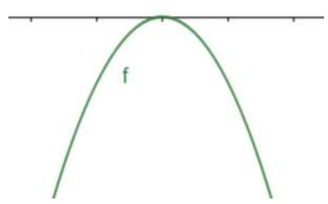
$a>0$, $D<0$

④



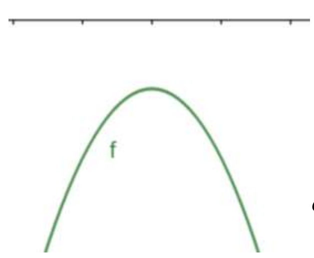
$a<0$, $D>0$

⑤



$a<0$, $D=0$

⑥



$a<0$, $D<0$

※ 절대 암기하는 것이 아니라, 이해해서 적용해야한다.

5. 보통의 해($a>0$)

① $ax^2+bx+c<0 \Rightarrow \alpha<x<\beta$

② $ax^2+bx+c>0 \Rightarrow x<\alpha$ 또는 $\beta<x$

※ 작다는 안쪽으로 암기한다.

ex2) $x^2-3x+2<0$

풀이] $1<x<2$

$x^2-3x+2<0$에서 $(x-1)(x-2)<0$

$\therefore 1<x<2$

ex3) $x^2+2x-8\ge 0$

풀이] $x\le -4$ 또는 $x\ge 2$

$x^2+2x-8\ge 0$에서 $(x+4)(x-2)\ge 0$

$\therefore x\le -4$ 또는 $x\ge 2$

6. 케이스에 따른 해 구하기

ex13) 이차부등식 $ax^2+2x+a>0$이 해를 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위는?(단, $a\ne 0$)

풀이] $a>0$ 또는 $-1<a<0$

(ⅰ) $a>0$일 때

이차함수 $y=ax^2+2x+a$의 그래프는 아래로 볼록하므로 주어진 이차부등식은 항상 해를 갖는다.

(ⅱ) $a<0$일 때

주어진 이차부등식이 해를 가지려면 이차방정식 $ax^2+2x+a=0$이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=1^2-a\cdot a>0,\ a^2-1<0$

$(a+1)(a-1)<0 \qquad \therefore -1<a<1$

그런데 $a<0$이므로 $-1<a<0$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 a의 값의 범위는

$a>0$ 또는 $-1<a<0$

※ 기본적으로 (ⅰ), (ⅱ)는 공통된 범위가 없다. 왜냐하면 $a>0$, $a<0$이기 때문이다. 하지만 둘 다 답이 되기 때문에 (ⅰ)의 답도 답이 되고, (ⅱ)의 답도 답이 된다. 따라서 둘 다 답으로 적어야 한다.

다음 부등식을 풀어라.

68) $|2x-3|<1$

69) $|3x-2|\geq 5$

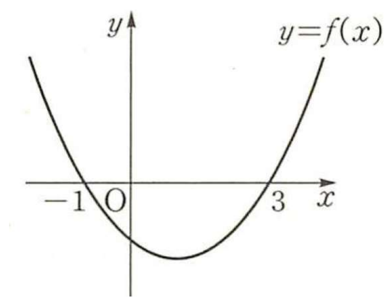
70) $1<|2x+1|<6$

71) 부등식 $2|x-1|+3|x+1|<9$를 만족시키는 정수 x의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 이차부등식의 해를 구하여라.

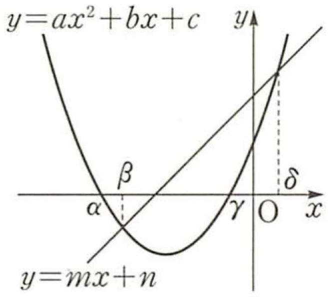
72) $f(x)>0$



73) $f(x)\leq 0$

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 직선 $y=mx+n$이 오른쪽 그림과 같을 때, 다음을 구하여라.

74) 방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해



75) 방정식 $ax^2+bx+c=mx+n$의 해

76) 부등식 $ax^2+bx+c \le 0$의 해

77) 부등식 $ax^2+bx+c > mx+n$의 해

다음 이차부등식을 이차함수의 그래프를 이용하여 풀어라.

78) $x^2+3x-4<0$

79) $2x^2-7x+3 \ge 0$

80) $-x^2+2x+3>0$

81) $3x^2-x-2 \le 0$

다음 이차부등식을 이차함수의 그래프를 이용하여 풀어라.

82) $x^2+2x+1 \geq 0$

83) $x^2-4x+5<0$

84) $3x^2-6x+3>0$

85) $2x^2-2x+\frac{1}{2} \leq 0$

다음 이차부등식을 풀어라.

86) $x^2-3x+2<0$

87) $x^2+2x-8 \geq 0$

88) $x^2+2x-1 \leq 0$

89) 다음과 같은 해를 갖는 이차항의 계수가 1인 이차부등식을 구하여라.

(1) $-1<x<4$

(2) $x<-2$ 또는 $x>4$

(3) $-2 \leq x \leq 3$

(4) $x \leq 1$ 또는 $x \geq 3$

90) 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $2<x<4$일 때, $\frac{c}{b}$의 값을 구하여라. (단, a, b, c는 실수이다.)

91) 이차함수 $y=-x^2+ax+b$의 그래프가 직선 $y=x+2$보다 위쪽에 있는 x의 값의 범위가 $1<x<3$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

92) 모든 실수 x에 대하여 부등식 $(m-1)x^2+2(m-1)x+3>0$이 성립하기 위한 실수 m의 값의 범위는?

① $1<m<4$
② $1 \leq m<4$
③ $1 \leq m \leq 4$
④ $m<1$ 또는 $m>4$
⑤ $m \leq 1$ 또는 $m \geq 4$

93) $3 \le x \le 6$인 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $-x^2+4x-3+4k \ge 0$이 항상 성립할 때, k의 범위를 구하여라.

94) $3 < x < 6$인 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $-x^2+4x-3+4k \ge 0$이 항상 성립할 때, k의 범위를 구하여라.

95) $3 < x < 6$인 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $-x^2+4x-3+4k > 0$이 항상 성립할 때, k의 범위를 구하여라.

96) $3 \le x \le 6$인 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $-x^2+4x-3+4k > 0$이 항상 성립할 때, k의 범위를 구하여라.

97) 이차방정식 $x^2-2kx+9=0$의 두 근이 모두 1보다 클 때, 실수 k의 값의 범위를 구하여라.

98) 이차방정식 $x^2-2kx+9=0$의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 k의 값의 범위를 구하여라.

99) 이차방정식 $x^2-2kx+9=0$의 두 근 사이에 1이 있을 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

도형의 방정식

(9) 점

(10) 직선의 방정식

(11) 원의 방정식

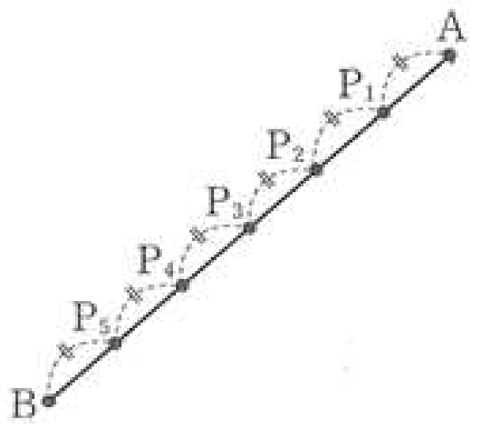
(12) 이동

1. 거리

x_1, x_2사이의 거리: $|x_1 - x_2|$ = $|x_2 - x_1|$

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$사이의 거리: $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

2. 내분점과 외분점



① B와 A를 1:5로 내분하는 내분점: P_5
② B와 A를 1:2로 내분하는 내분점: P_4
③ A와 B를 1:2로 내분하는 내분점: P_2
④ A와 B를 1:1로 내분하는 내분점(중점): P_3
⑤ P_4와 P_3를 1:2로 외분하는 외분점: P_5
⑥ P_3와 P_4를 2:3로 외분하는 외분점: P_1
⑦ P_3와 P_5를 1:2로 외분하는 외분점: P_1
⑧ P_4와 P_2를 2:1로 외분하는 외분점: A

ex2) $\mathrm{A}(5,\ 2),\ \mathrm{B}(3,\ -6)$를 $5:3$으로 내분하는 점 P의 좌표

풀이] $\overline{\mathrm{AB}}$를 $5:3$으로 내분하는 점 P의 좌표
$\frac{5\cdot 3+3\cdot 5}{5+3}=\frac{15}{4},\ \frac{5\cdot(-6)+3\cdot 2}{5+3}=-3,\ \mathrm{P}\left(\frac{15}{4},\ -3\right)$

ex3) $\mathrm{A}(5,\ 2),\ \mathrm{B}(3,\ -6)$를 $2:1$으로 외분하는 점 Q의 좌표

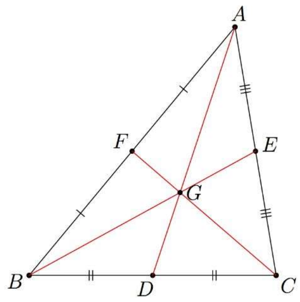
풀이] $\overline{\mathrm{AB}}$를 $2:1$으로 외분하는 점 Q의 좌표
$\frac{2\cdot 3-1\cdot 5}{2-1}=1,\ \frac{2\cdot(-6)-1\cdot 2}{2-1}=-14,\ \mathrm{Q}(1,\ -14)$

ex4) $\mathrm{A}(5,\ 2),\ \mathrm{B}(3,\ -6)$의 중점 M의 좌표

풀이] $\mathrm{M}(4,\ -2)$
$\frac{5+3}{2}=4,\ \frac{2-6}{2}=-2 \quad \therefore \mathrm{M}(4,\ -2)$

3. 오심

1] 무게중심



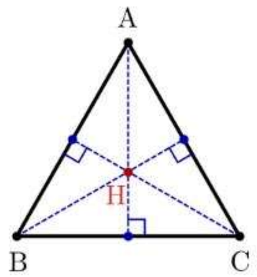
① 세 중선의 교점

② 꼭짓점으로부터 2:1의 길이비를 이룬다.

③ 6개 삼각형의 넓이는 같다.

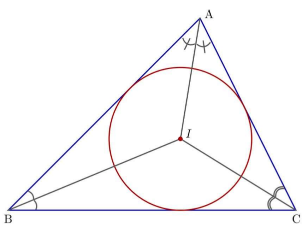
④ $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

2] 수심



① 꼭짓점에서 각 변으로 내린 수선의 교점

3] 내심

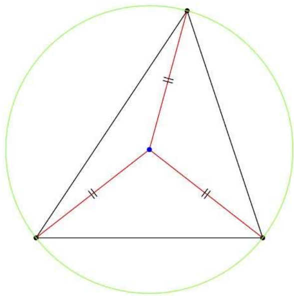


① 각의 이등분선의 교점

② 내접원의 중심

③ 각 변에 내린 수선의 발의 길이가 모두 같다.

4] 외심



① 세 변의 수직이등분선의 교점

② 외접원의 중심

③ 꼭짓점에서 외심까지의 길이가 모두 같다.

다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

100) $\mathrm{A}(2,\ -1)$, $\mathrm{B}(3,\ 2)$

101) 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 2)$, $\mathrm{B}(-1,\ 1)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점을 P, y축 위의 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는?

① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $\sqrt{10}$
④ $\sqrt{11}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

두 점 $\mathrm{A}(5,\ 2)$, $\mathrm{B}(3,\ -6)$에 대하여 다음을 구하여라.

102) $\overline{\mathrm{AB}}$를 $5:3$으로 내분하는 점 P의 좌표

103) $\overline{\mathrm{AB}}$를 $2:1$로 외분하는 점 Q의 좌표

104) $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점 M의 좌표

다음 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 구하여라.

105) $\mathrm{A}(2,\ 1)$, $\mathrm{B}(-1,\ 0)$, $\mathrm{C}(3,\ -4)$

106) 세 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(a,\ b)$, $\mathrm{B}(c,\ d)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB의 무게중심 좌표가 $(8,\ 4)$일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표를 구하여라.

도형의 방정식

(9) 점

(10) 직선의 방정식

(11) 원의 방정식

(12) 이동

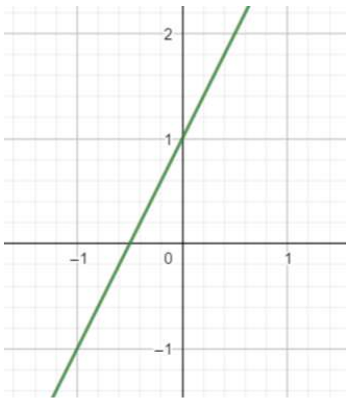
1. 관점에 따른 식의 이해

① 방정식: 해를 구하는 것이 목적이다.

ex1) $2x-y+1=0$의 해를 구하여라.
풀이] (1, 3), (2, 5), (3, 7) ⋯

② 직선의 방정식: 기하학적으로 표현하는 것이 목적이다.

ex2) $2x-y+1=0$의 그래프를 그려라.
풀이] $2x-y+1=0$, $y=2x+1$
기울기가 2고 y절편이 1인 직선



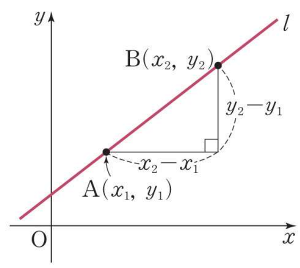
2. 직선의 이해

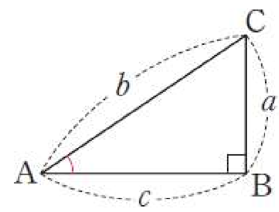
$y=2x+k$위에 $(0,1)$이 있다.
⇔ $y=2x+k$이 $(0,1)$을 지난다.
⇔ $y=2x+k$이 $(0,1)$을 만족한다.
⇔ $y=2x+k$에 $(0,1)$을 대입했을 때, 식이 성립한다.

3. 점과 직선 사이의 거리(수직거리)

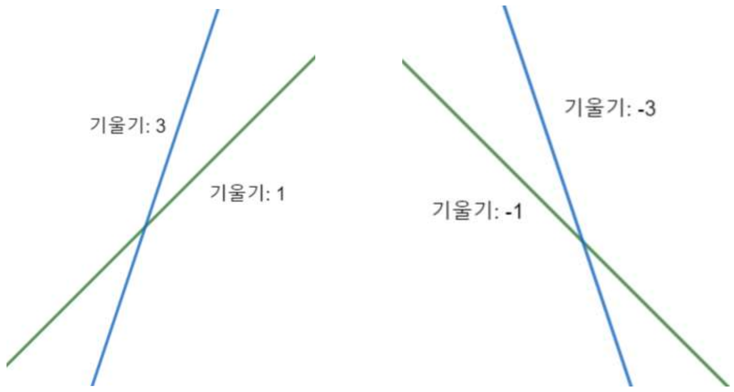
좌표평면에서 점 $(x_1,\ y_1)$과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리는 $\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

4. 기울기





① 기울기=$\dfrac{y\text{증가량}}{x\text{증가량}}$ ⇔ $\tan A=\dfrac{\text{높이}}{\text{밑변}}$



② 기울기의 절댓값이 클수록 급격해진다.

5. 한 직선의 공식들

① 기울기가 m이고 y절편이 k인 직선의 방정식
=> $y=mx+k$

② 점 $(x_1,\ y_1)$을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식
=> $y-y_1=m(x-x_1)$

③ 두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$을 지나는 직선의 방정식
=> $y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$ (단, $x_1\neq x_2$)

④ 점 $(x_1,\ y_1)$을 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식
=> $y=y_1$

⑤ 점 $(x_1,\ y_1)$을 지나고 y축에 평행한 직선의 방정식
=> $x=x_1$

⑥ x절편이 a, y절편이 b인 직선의 방정식은
=> $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ (단, $ab\neq 0$)

107) 기울기가 2이고 점 $(1,\ -1)$을 지나는 직선의 방정식

108) 점$(\sqrt{3},\ -1)$을 지나고 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 30°인 직선의 방정식은?

① $y=\sqrt{3}x-4$ ② $y=\sqrt{3}x-1$ ③ $y=x-\sqrt{3}$

④ $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x-2$ ⑤ $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x-1$

다음 두 점을 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

109) $(1,\ 1),\ (4,\ -5)$

다음 직선의 방정식을 구하여라.

110) x절편이 -3, y절편이 6인 직선의 방정식

111) 점 $(1,\ 8)$을 지나고 y축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라.

112) 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 3)$, $\mathrm{B}(-3,\ 5)$을 이은 선분 AB를 수직이등분하는 직선의 방정식은?

① $y=\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$ ② $y=\frac{1}{2}x+4$ ③ $y=-2x+7$

④ $y=-2x+2$ ⑤ $y=2x+6$

점 $(5,\ 7)$과 다음 직선 사이의 거리를 구하여라.

113) $x=3$

114) $y=-1$

다음에서 주어진 점과 직선 사이의 거리를 구하여라.

115) 점 $(7,\ 3)$, 직선 $2x-y+4=0$

116) 점 $(2,\ -4)$, 직선 $y=\frac{1}{3}x+2$

다음에서 주어진 평행한 두 직선 사이의 거리를 구하여라.

117) $y=x-3,\ y=x+3$

118) $2x+y-3=0,\ 2x+y+1=0$

도형의 방정식

1. 원의 방정식(암기)

① $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

② $x^2+y^2+Ax+By+C=0$

※ 가장 중요한 것은 중심(a,b)이다.
중심이 기준이 된다.

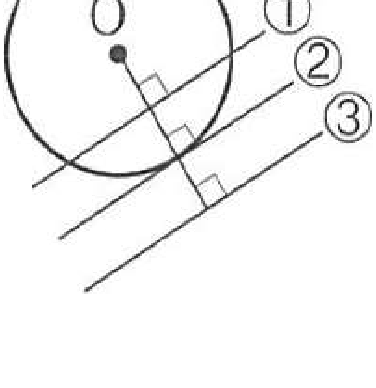
2. 원과 접선

원의 중심과 직선 사이의 거리를 d, 원의 반지름의 길이를 r라 하면 원과 직선의 위치관계는

① $d<r$ ➲ 두 점에서 만난다.

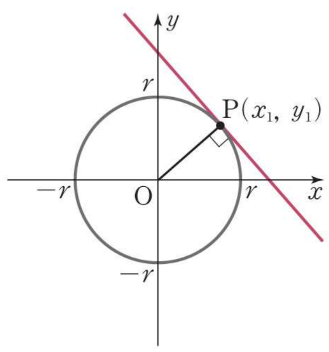
② $d=r$ ➲ 한 점에서 만난다.(접한다.)

③ $d>r$ ➲ 만나지 않는다.



3. 원 위의 점이 주어진 접선(암기)

① 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 점 $(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식은 $x_1x+y_1y=r^2$



② 원 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 위의 점 $(x_1,\ y_1)$에서의 접선 $(x_1-a)(x-a)+(y_1-b)(y-b)=r^2$

다음 방정식이 나타내는 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하여라.

119) $(x-3)^2+(y+1)^2=16$

다음 원의 방정식을 구하여라.

120) 중심이 원점이고 반지름의 길이가 3이 원

다음 방정식이 나타내는 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하여라.

121) $x^2+y^2-12x-13=0$

원 O와 직선 l의 방정식이 다음과 같을 때, 점과 직선 사이의 거리를 이용하여 원 O와 직선 l의 위치관계를 말하여라.

122) O : $(x-3)^2+(y+2)^2=6$

l : $3x-y-1=0$

123) O : $(x+5)^2+(y+1)^2=9$

l : $x+2y+3=0$

124) O : $x^2+y^2-8x-8y=0$

l : $x-y-8=0$

125) 점 $(0,\ 3)$에서 원 $x^2+y^2=8$에 그은 접선의 방정식을 구하여라.

126) (1) 원 $x^2+y^2=10$ 위의 점 $(3,\ -1)$에서의 접선의 방정식을 구하여라.

(2) 원 $(x-3)^2+(y+1)^2=10$ 위의 점 $(4,\ 2)$를 지나는 접선의 방정식은 $x+ay+b=0$이다. 이때 상수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하여라.

도형의 방정식
(9) 점
(10) 직선의 방정식
(11) 원의 방정식
(12) 이동

1. 표현의 이해

① (x, y) : 주로 점을 나타낼 때 사용

② $y=f(x)$: 주로 표준형 꼴을 간단히 표현할 때 사용
ex1) $y=2x+1 \Rightarrow y=f(x)$, $f(x)=2x+1$

③ $f(x, y)=0$: 주로 일반형 꼴을 간단히 표현할 때 사용
ex2) $2x-y+1=0 \Rightarrow f(x, y)=0$, $f(x, y)=2x-y+1$

2. 평행이동(x축으로 a만큼, y축으로 b만큼)

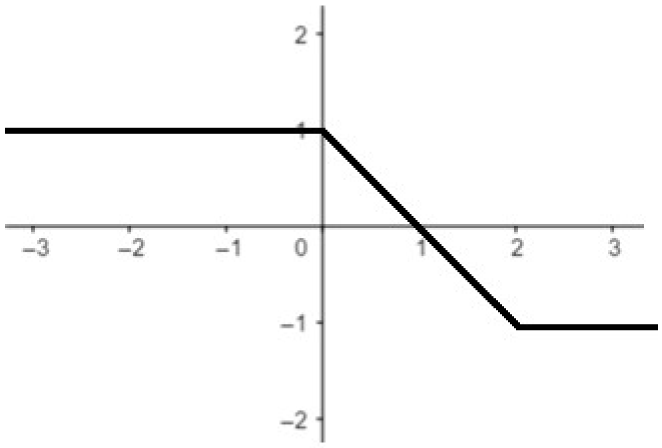
점	(x, y)	$\Rightarrow$	$(x+a, y+b)$
도형	$y=f(x)$	$\Rightarrow$	$y-b=f(x-a)$, $y=f(x-a)+b$
		$\Rightarrow$	$f(x-a, y-b)=0$

3. 대칭이동

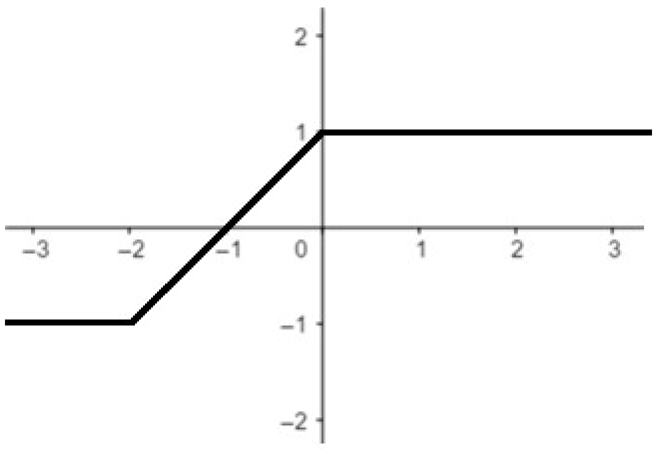
x축	(x, y)	$\Rightarrow$	$(x, -y)$	$f(x, y)=0$	$\Rightarrow$	$f(x, -y)=0$
y축	(x, y)	$\Rightarrow$	$(-x, y)$	$f(x, y)=0$	$\Rightarrow$	$f(-x, y)=0$
원점	(x, y)	$\Rightarrow$	$(-x, -y)$	$f(x, y)=0$	$\Rightarrow$	$f(-x, -y)=0$
$y=x$	(x, y)	$\Rightarrow$	(y, x)	$f(x, y)=0$	$\Rightarrow$	$f(y, x)=0$
$y=-x$	(x, y)	$\Rightarrow$	$(-y, -x)$	$f(x, y)=0$	$\Rightarrow$	$f(-y, -x)=0$

4. 절댓값 그래프

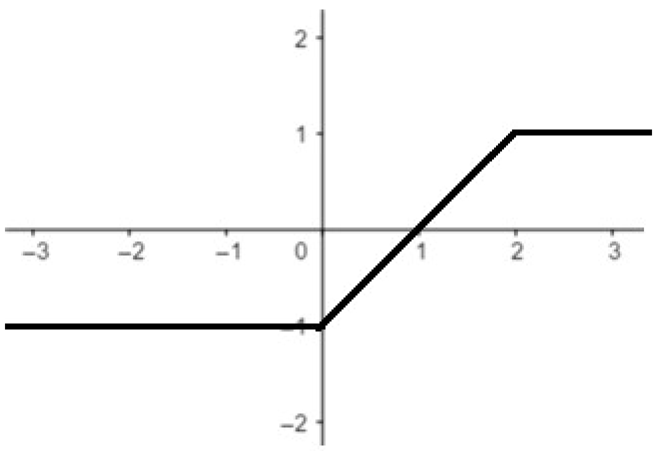
ex5) 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음의 그래프를 그려라.



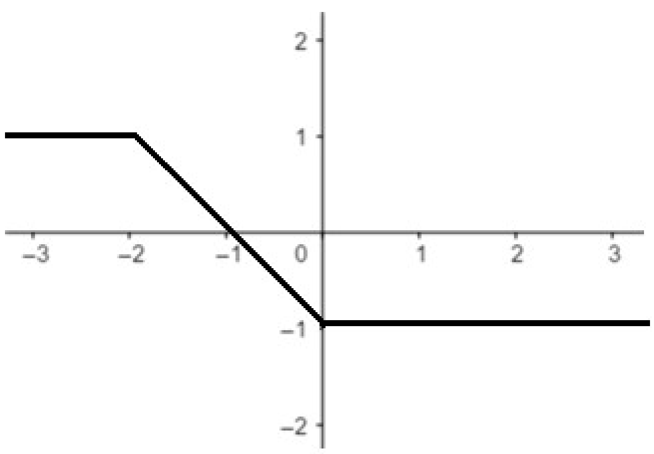
(1) $y=f(-x)$



(2) $-y=f(x)$



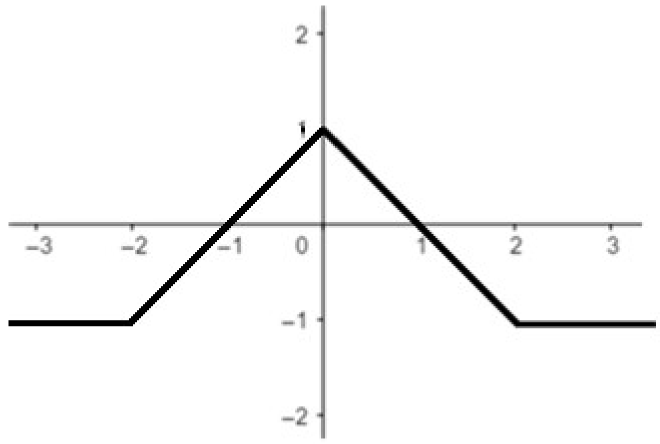
(3) $-y=f(-x)$



(4) $y=f(|x|)$

$x \geq 0$일 때, $y=f(x)$,

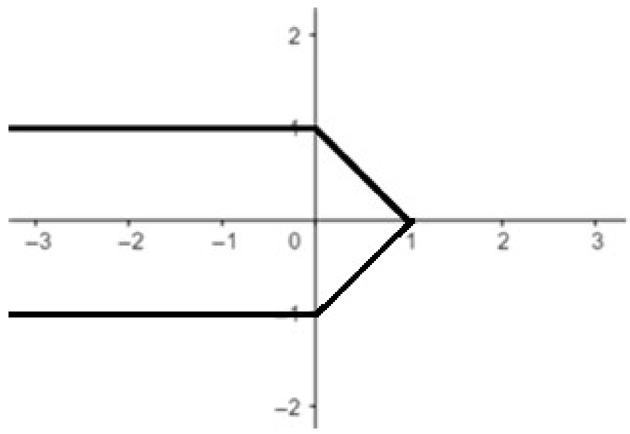
$x<0$일 때, $y=f(-x)$



(5) $|y|=f(x)$

$y \geq 0$일 때, $y=f(x)$

$y<0$일 때, $-y=f(x)$



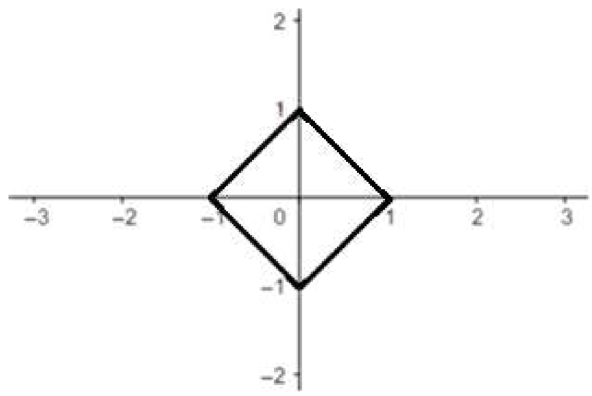
(6) $|y|=f(|x|)$

$x \geq 0,\ y \geq 0$일 때, $y=f(x)$

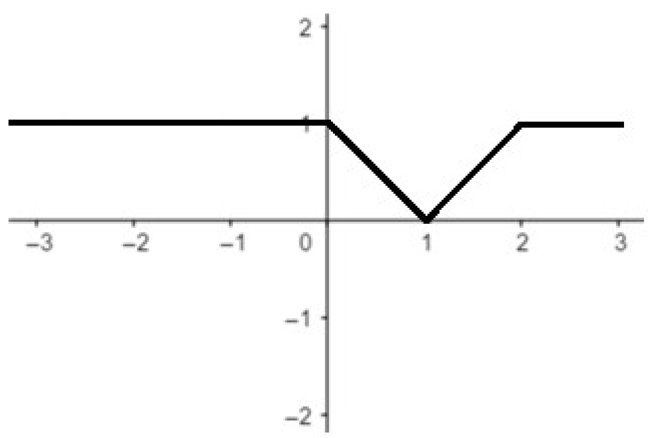
$x \geq 0,\ y<0$일 때, $-y=f(x)$

$x<0,\ y \geq 0$일 때, $y=f(-x)$

$x<0,\ y<0$일 때, $-y=f(-x)$



(7) $y=|f(x)|$



다음 점을 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동한 점의 좌표를 구하여라.

127) $(0,\ 0)$

평행이동 $(x,\ y) \to (x+2,\ y-3)$ 에 의하여 다음 점이 옮겨지는 점의 좌표를 구하여라.

128) $(2,\ -3)$

129) 다음 물음에 답하여라.

(1) $x-3y-7=0$ 을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하여라.

(2) 평행이동 $(x,\ y) \to (x-1,\ y+3)$ 에 의하여 $5x-2y+1=0$ 이 옮겨지는 도형의 방정식을 구하여라.

(3) 도형 $f(x,\ y)=0$ 을 도형 $f(x-6,\ y+2)=0$ 으로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $3x-2y-4=0$ 으로 옮겨지는 직선의 방정식을 구하여라.

점 $(2,\ -3)$ 을 다음 점 또는 직선에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하여라.

130) x 축

131) y 축

132) 원점

133) 직선 $y=x$

134) 직선 $y=-x$

다음 도형을 x 축, y 축, 원점, 직선 $y=x$, 직선 $y=-x$ 에 대하여
각각 대칭이동한 도형의 방정식을 구하여라.

135) $2x-y+1=0$

136) $(x-2)^2+(y-1)^2=1$

137) $y=(x-1)^2-1$

MINI COMPACT

수(상)

1) $2x^2+(3y+1)x-y^2-10y+1$

x에 대하여 차수가 높은 항부터 정리하면
$2x^2+(3y+1)x-y^2-10y+1$

2) $-y^2-10y+1+(3y+1)x+2x^2$

x에 대하여 차수가 낮은 항부터 정리하면
$-y^2-10y+1+(3y+1)x+2x^2$

3) 풀이참조

(1)
$$(-x^2y^3z)^5\div(-xy^2z^4)^3=(-x^{2\times5}y^{3\times5}z^5)\div(-x^3y^{2\times3}z^{4\times3})$$
$$=\frac{x^{10}y^{15}z^5}{x^3y^6z^{12}}=\frac{x^{10-3}y^{15-6}}{z^{12-5}}=\frac{x^7y^9}{z^7}$$

(2) $(6a^4b^5c^3)^2\times(-2ab^2)^3$
$$=6^2a^{4\times2}b^{5\times2}c^{3\times2}\times(-2)^3a^3b^{2\times3}$$
$$=36\times(-8)\times a^{8+3}b^{10+6}c^6$$
$$=-288a^{11}b^{16}c^6$$

4) $9x^2+12x+4$

$(3x+2)^2=(3x)^2+2\cdot3x\cdot2+2^2=9x^2+12x+4$

5) $16x^2-8x+1$

$(4x-1)^2=(4x)^2-2\cdot4x\cdot1+1^2=16x^2-8x+1$

6) $4a^2-9b^2$

$(2a+3b)(2a-3b)=(2a)^2-(3b)^2=4a^2-9b^2$

7) $a^2+4b^2+c^2+4ab-4bc-2ca$

$(a+2b-c)^2$
$=a^2+(2b)^2+(-c)^2+2\cdot a\cdot2b+2\cdot2b\cdot(-c)+2\cdot(-c)\cdot a$
$=a^2+4b^2+c^2+4ab-4bc-2ca$

8) x^3+8y^3

$(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)=x^3+(2y)^3=x^3+8y^3$

9) $27a^3-1$

$(3a-1)(9a^2+3a+1)=(3a)^3-1^3=27a^3-1$

10) $8a^3+b^3-c^3+6abc$
$(2a+b-c)(4a^2+b^2+c^2-2ab+bc+2ca)$
$=(2a)^3+b^3+(-c)^3-3\cdot2a\cdot b\cdot(-c)$
$=8a^3+b^3-c^3+6abc$

11) 29
$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=3^2-2\cdot(-10)=29$

12) 22

$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=(-4)^2+2\cdot3=22$

13) 45

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=3^3-3\cdot(-2)\cdot 3$
$=27+18=45$

14) 13

$a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)=1^3+3\cdot 4\cdot 1=13$

15) 18

$x\neq 0$이므로 $x^2-3x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-3+\dfrac{1}{x}=0$　　$\therefore\ x+\dfrac{1}{x}=3$

$\therefore\ x^3+\dfrac{1}{x^3}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$
$=3^3-3\cdot 3=18$

16) 몫: x^2+x+3, 나머지 : 14

$$
\begin{array}{r@{\,}l}
 & \quad x^2+\ x+\ 3 \\ \cline{2-2}
x-3 & \big)\, x^3-2x^2 \qquad\quad +\ 5 \\
 & \ \ x^3-3x^2 \\ \cline{2-2}
 & \qquad\quad x^2 \\
 & \qquad\quad x^2-\ 3x \\ \cline{2-2}
 & 3x+\ 5 \\
 & 3x-\ 9 \\ \cline{2-2}
 & 14
\end{array}
$$

$\therefore$ 몫 : x^2+x+3, 나머지 : 14

17) 4

x^3+ax^2+b를 x^2-x+2로 나누었을 때의 몫을 $x+c$ (c는 상수)라 하면

$x^3+ax^2+b=(x^2-x+2)(x+c)$
$=x^3+(c-1)x^2+(-c+2)x+2c$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$a=c-1,\ 0=-c+2,\ b=2c$
$\therefore\ a=1,\ b=4,\ c=2$
$\therefore\ ab=4$

〈참고〉 x^3+ax^2+b의 최고차항의 계수가 1, x^2-x+2의 최고차항의 계수가 1이므로 몫은 $x+c$ (c는 상수) 꼴이다.

18) 몫 : x^2+x+1,　나머지 : 0

조립제법을 이용하여 x^3+3x^2+3x+2를 $x+2$로 나누면

$$
\begin{array}{r|rrrr}
-2 & 1 & 3 & 3 & 2 \\
 & & -2 & -2 & -2 \\ \hline
 & 1 & 1 & 1 & \multicolumn{1}{|r}{0}
\end{array}
$$

$\therefore$ 몫 : x^2+x+1,　나머지 : 0

19) 13

나머지정리에 의하여 $f(2)=3,\ g(2)=-1$
따라서 구하는 나머지는

$3f(2)-4g(2)=3\cdot 3-4\cdot(-1)=13$

20) $-x+1$

$2x^3+x^2-3x$를 $(x-1)(x+1)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$2x^3+x^2-3x=(x-1)(x+1)Q(x)+ax+b$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$x=-1$을 대입하면 $2=-a+b$ …… ㉠
$x=1$을 대입하면　$0=a+b$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-1,\ b=1$

따라서 구하는 나머지는 $-x+1$이다.

21) (1) $(x-1)(a+1)$ (2) $(1-y)(1-x)$
(3) $(c-d)(a+b)$

(1) $(x-1)a+(x-1)=(x-1)(a+1)$
(2) $1-x-y+xy=1-y-x(1-y)=(1-y)(1-x)$
(3) $ac-bd-ad+bc=ac-ad-bd+bc$
$=a(c-d)+b(c-d)$
$=(c-d)(a+b)$

22) ③

$x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4)$

23) $(1)\ \sqrt{5}\,i$ $(2)\ 4i$ $(3)\ 3\sqrt{3}\,i$ $(4)\ -4\sqrt{2}\,i$

$(1)\ \sqrt{-5}=\sqrt{5}\,i$
$(2)\ \sqrt{-16}=\sqrt{16}\,i=4i$
$(3)\ \sqrt{-27}=\sqrt{27}\,i=3\sqrt{3}\,i$
$(4)-\sqrt{-32}=-\sqrt{32}\,i=-4\sqrt{2}\,i$

24) $(1)i$ $(2)-i$ $(3)i$ $(4)2$

$(1)\ i^{25}=(i^4)^6\cdot i=i$
$(2)\ (-i)^5=-i^5=-i^4\cdot i=-i$
$(3)\ -i^7=-i^4\cdot i^3=-(-i)=i$
$(4)\ i^{100}+i^{200}=(i^4)^{25}+(i^4)^{50}=1+1=2$

25) $x=-4,\ y=2$

$(x+y)+4i=-2+2yi$에서
$x+y=-2,\ 4=2y$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$x=-4,\ y=2$

26) $x=1,\ y=2$

$(3x+y)+(x-y)i=5-i$에서
$3x+y=5,\ x-y=-1$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$x=1,\ y=2$

27) $3+9i$

$(5+3i)+(-2+6i)=(5-2)+(3+6)i$
$=3+9i$

28) $3+5i$

$(7+2i)-(4-3i)=(7-4)+(2+3)i$
$=3+5i$

29) $11-2i$

$(3+4i)(1-2i)=3-6i+4i-8i^2$
$=3-2i-8\cdot(-1)$
$=11-2i$

30) $1-4i$

$$\frac{5-3i}{1+i}=\frac{(5-3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$$
$$=\frac{5-5i-3i+3i^2}{1-i^2}$$
$$=\frac{2-8i}{2}=1-4i$$

31) $3-2i$
$\overline{3+2i}=3-2i$

32) $4i+1$

$\overline{-4i+1}=4i+1$

33) (1) -1 (2) -3 또는 4 (3) 2

(1) $|x-1|=2x+4$ 에서
(i) $x \geq 1$ 일 때, $x-1=2x+4$ $\quad\therefore\ x=-5$
그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x=-5$ 는 해가 아니다.
(ii) $x<1$ 일 때, $-(x-1)=2x+4,\ 3x=-3$
$\therefore\ x=-1$
(i), (ii)에서 $x=-1$

(2) $|x+2|+|x-3|=7$ 에서
(i) $x<-2$ 일 때, $-(x+2)-(x-3)=7$
$-2x+1=7,\ -2x=6$ $\quad\therefore\ x=-3$
(ii) $-2 \leq x<3$ 일 때, $x+2-(x-3)=7$
$\therefore\ 0 \cdot x=2$
따라서 해는 없다.
(iii) $x \geq 3$ 일 때, $x+2+x-3=7$
$2x-1=7,\ 2x=8$ $\quad\therefore\ x=4$
(i), (ii), (iii)에서 $x=-3$ 또는 $x=4$

(3) $|x-1|=|3-x|$ 에서 $x-1=\pm(3-x)$
(i) $x-1=3-x$ 일 때, $2x=4$ $\quad\therefore\ x=2$
(ii) $x-1=-(3-x)$ 일 때, $x-1=-3+x$
$\therefore\ 0 \cdot x=-2$
따라서 해는 없다.
(i), (ii)에서 $x=2$

34) 1

주어진 이차방정식의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로
$\alpha^2+\alpha-3=0,\quad \beta^2+\beta-3=0$
$\therefore\ \alpha^2+\alpha=3,\quad \beta^2+\beta=3$
$\therefore\ (2-\alpha^2-\alpha)(2-\beta^2-\beta)=(2-3)(2-3)=1$

35) 풀이 참조

(1) $x^2-5x+4=0$ 에서 $(x-1)(x-4)=0$
$\therefore\ x=1$ 또는 $x=4$

(2) $10x^2-x-3=0$ 에서 $(2x+1)(5x-3)=0$
$\therefore\ x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{3}{5}$

36) 풀이 참조

(1) $x^2+3x+1=0$ 에서
$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot1}}{2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

(2) $2x^2+3x+4=0$ 에서
$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot2\cdot4}}{2\cdot2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{-23}}{4}=\dfrac{-3\pm\sqrt{23}i}{4}$

(3) $x^2-8x+28=0$ 에서
$x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-1\cdot28}}{1}=4\pm\sqrt{-12}=4\pm2\sqrt{3}i$

37) (1) $-4-2\sqrt{3}$ (2) $-2+\sqrt{2}$

(1) $|x|^2-2|x|-2=0$ 에서
(i) $x \geq 0$ 일 때, $x^2-2x-2=0$
$\therefore\ x=1\pm\sqrt{3}$
그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x=1+\sqrt{3}$
(ii) $x<0$ 일 때, $x^2+2x-2=0$
$\therefore\ x=-1\pm\sqrt{3}$
그런데 $x<0$ 이므로 $x=-1-\sqrt{3}$
(i), (ii)에서 $x=1+\sqrt{3}$ 또는 $x=-1-\sqrt{3}$ 이므로 모든 근의 곱
$(1+\sqrt{3})(-1-\sqrt{3})=-4-2\sqrt{3}$

(2) $x^2-|x|-2=\sqrt{(x-1)^2}$ 에서 $\sqrt{(x-1)^2}=|x-1|$
$x^2-|x|-2=|x-1|$
(i) $x<0$ 일 때, $x^2+x-2=-(x-1)$
$x^2+2x-3=0,\ (x+3)(x-1)=0$
$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=1$
그런데 $x<0$ 이므로 $x=-3$
(ii) $0 \leq x<1$ 일 때, $x^2-x-2=-(x-1)$
$x^2-3=0$ $\quad\therefore\ x=\pm\sqrt{3}$
그런데 $0 \leq x<1$ 이므로 해가 존재하지 않는다.
(iii) $x \geq 1$ 일 때, $x^2-x-2=x-1$
$x^2-2x-1=0$ $\quad\therefore\ x=1\pm\sqrt{2}$
그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x=1+\sqrt{2}$
(i), (ii), (iii)에서 $x=-3$ 또는 $x=1+\sqrt{2}$ 이므로 모든 근의 합
$-3+(1+\sqrt{2})=-2+\sqrt{2}$

38) 풀이 참조

(1) $D=(-3)^2-4\cdot1\cdot2=13>0$ $\therefore$ 서로 다른 두 실근
(2) $D=(-3)^2-9\cdot1=0$ $\therefore$ 중근(서로 같은 두 실근)
(3) $D=(-5)^2-4\cdot3\cdot5=-35<0$ $\therefore$ 서로 다른 두 허근

39) (1) -2 (2) -2 (3) 8 (4) $2\sqrt{3}$

$x^2+2x-2=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

(1) $\alpha+\beta=-2$

(2) $\alpha\beta=-2$

(3) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-2)^2-2\cdot(-2)=8$

(4) $|\alpha-\beta|=\dfrac{\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot(-2)}}{|1|}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

40) $x^2+x-12=0$

$x^2-\{(-4)+3\}x+4\cdot(-3)=0$

$\therefore\ x^2+x-12=0$

41) $x^2-6x+7=0$

$x^2-\{(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})\}x+(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=0$

$\therefore\ x^2-6x+7=0$

42) $x^2-4x+5=0$

$x^2-\{(2+i)+(2-i)\}x+(2+i)(2-i)=0$

$\therefore\ x^2-4x+5=0$

43) ②

주어진 방정식의 두 근을 $\alpha,\ 4\alpha$ 라 하면 근과 계수의 관계에

$\alpha+4\alpha=5(m-1)$ $\therefore\ \alpha=m-1x$ ⋯⋯ ㉠

$\alpha\cdot4\alpha=-16m$ $\therefore\ \alpha^2=-4m$ ⋯⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

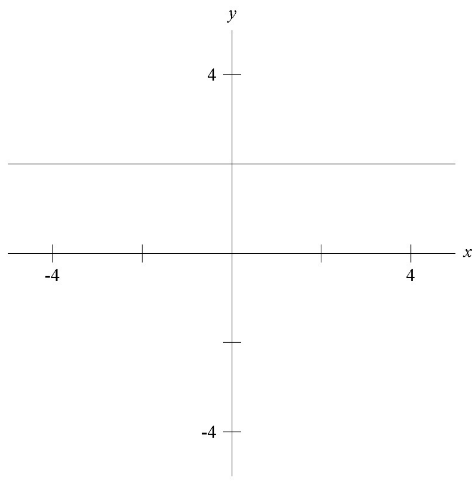
$(m-1)^2=-4m,\quad m^2+2m+1=0$

$(m+1)^2=0$

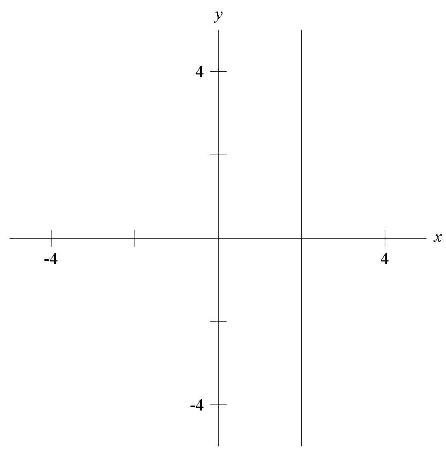
$\therefore\ m=-1$

44)

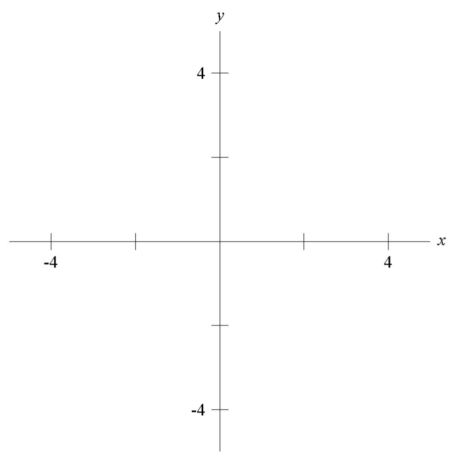
(1)



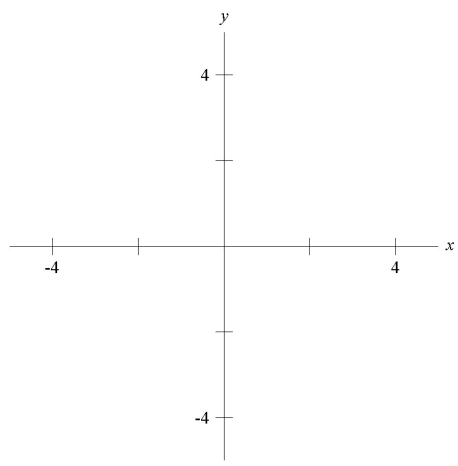
(2)



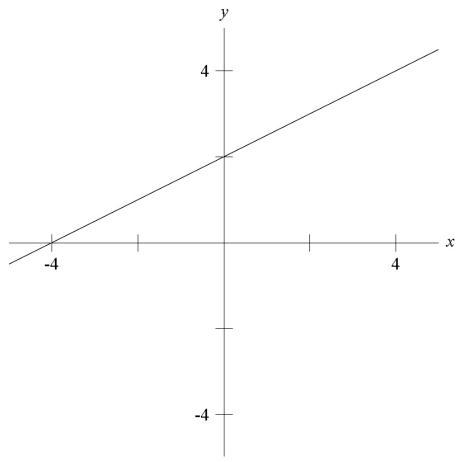
(3) x축



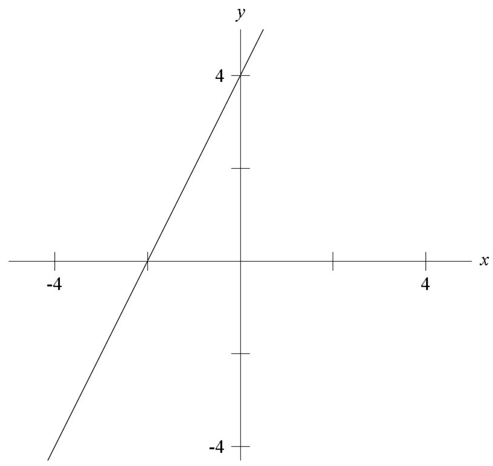
(4) y축



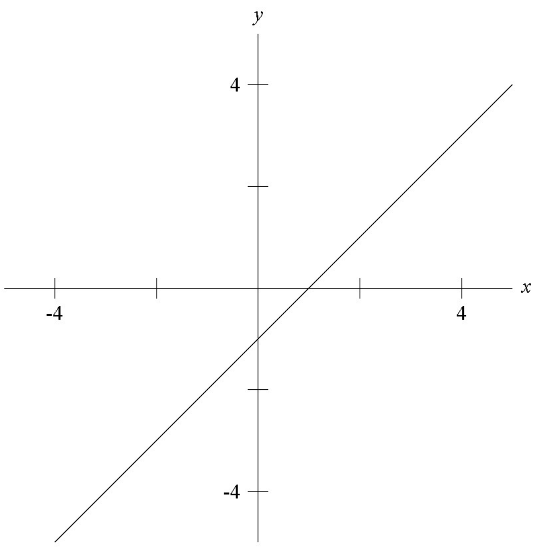
45) $y=\frac{1}{2}x+2$



46)
$y=2x+4$



47) $y=x-1$



48) 풀이참조

$y=-x^2-x+1=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$이므로

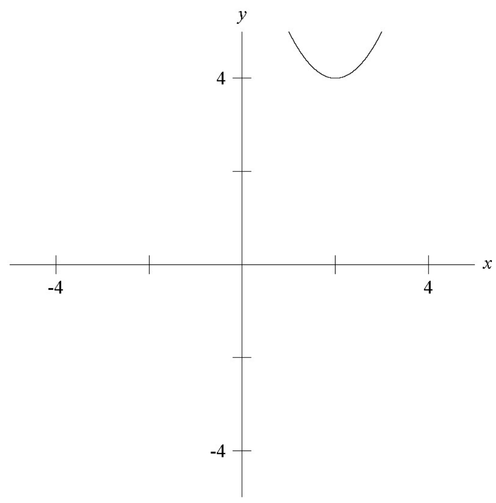
꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{5}{4}\right)$, 축의 방정식은 $x=-\frac{1}{2}$

49) 풀이참조

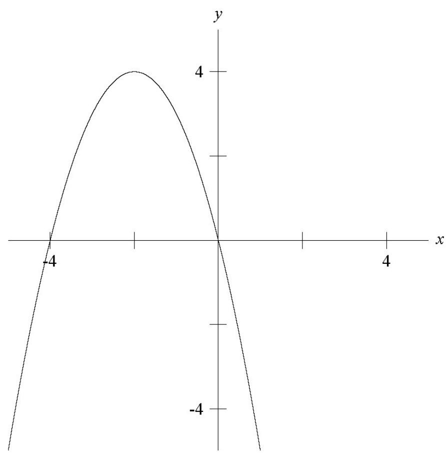
$y=-\frac{1}{2}x^2+3x-1=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{7}{2}$이므로

꼭짓점의 좌표는 $\left(3,\ \frac{7}{2}\right)$, 축의 방정식은 $x=3$

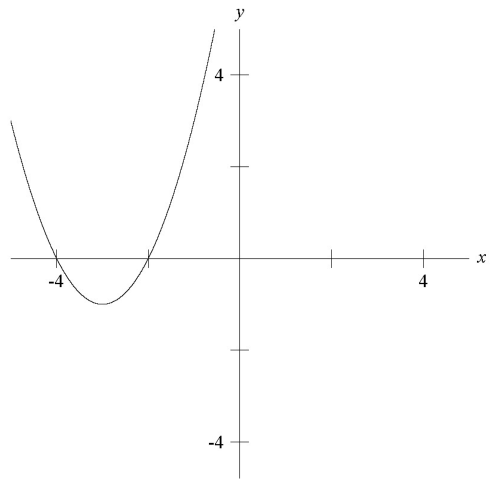
50) $y=(x-2)^2+4$



51) $y=-(x+2)^2+4$



52) $y=(x+4)(x+2)$

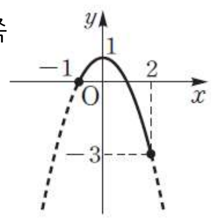


53) 최댓값: 1, 최솟값:-3

$-1\le x\le 2$에서 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 즉,

$f(-1)=0$, $f(0)=1$, $f(2)=-3$

따라서 $f(x)$의 최댓값은 1, 최솟값은 -3이다.



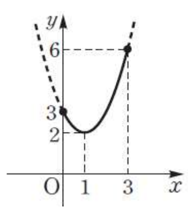
54) 최댓값 : 6, 최솟값 : 2

$f(x)=x^2-2x+3=(x-1)^2+2$

$0\le x\le 3$에서 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 즉,

$f(0)=3$, $f(1)=2$, $f(x)=6$

따라서 $f(x)$의 최댓값은 6, 최솟값은 2이다.



55) 2

이차방정식 $2x^2-8x+4=0$의 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4}=(-4)^2-2\cdot 4=8>0$$

이므로 $2x^2-8x+4=0$은 서로 다른 두 실근을 가진다.

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축과의 교점은 2개

56) 1

이차방정식 $-x^2+2x-1=0$의 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4}=1^2-(-1)\cdot(-1)=0$$

이므로 $-x^2+2x-1=0$은 중근을 가진다.

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축과의 교점은 1개

57) ④

직선 $y=2x+k$와 이차함수 $y=x^2-6x+12$의 그래프의 교점의 좌표를 $(\alpha,\ 2\alpha+k)$, $(\beta,\ 2\beta+k)$라 하면 이차방정식 $2x+k=x^2-6x+12$, 즉 $x^2-8x+12-k=0$의 두 근이 α,β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=8$, $\alpha\beta=12-k$

이때 주어진 직선과 이차함수의 그래프가 만나는 두 점 사이의 거리가 $6\sqrt{5}$이므로

$\sqrt{(\alpha-\beta)^2+(2\alpha+k-2\beta-k)^2}=6\sqrt{5}$

양변을 제곱하여 정리하면

$(\alpha-\beta)^2=36$, $\quad(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=36$

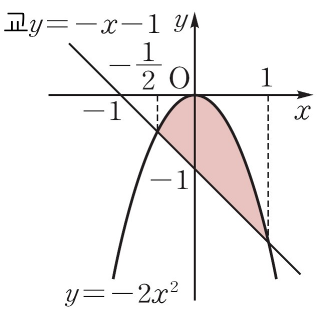
$8^2-4(12-k)=36 \qquad \therefore k=5$

58) 풀이참조

곡선 $y=-2x^2$과 직선 $y=-x-1$의 교점의 x좌표는 $-2x^2=-x-1$에서

$2x^2-x-1=0$, $\quad(2x+1)(x-1)=0$

$\therefore\ x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=1$

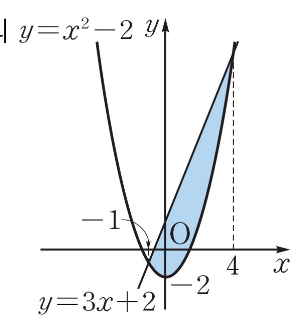


59) 풀이참조

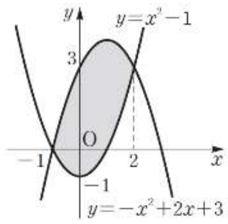
곡선 $y=x^2-2$와 직선 $y=3x+2$의 교점의 x좌표는 $x^2-2=3x+2$에서

$x^2-3x-4=0$, $\quad(x+1)(x-4)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=4$



60) 풀이참조



두 곡선 $y=x^2-1$과

$y=-x^2+2x+3$ 의 교점의 x좌표는

$x^2-1=-x^2+2x+3$에서

$2x^2-2x-4=0$, $x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$

61) ④, ⑤

62) $x=3$ 또는 $x=\dfrac{-3\pm3\sqrt{3}i}{2}$

$x^3-27=0$ 의 좌변을 인수분해 하면

$(x-3)(x^2+3x+9)=0$

$\therefore\ x=3$ 또는 $x=\dfrac{-3\pm3\sqrt{3}i}{2}$

63) $x=0$ 또는 $x=4$ 또는 $x=-3$

$x^3-x^2-12x=0$ 의 좌변을 인수분해 하면

$x(x^2-x-12)=0$, $x(x-4)(x+3)=0$

$\therefore\ x=0$ 또는 $x=4$ 또는 $x=-3$

64) $x=2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}$

$f(x)=x^3-4x^2+3x+2$

로 놓으면

$f(2)=8-16+6+2=0$

조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

2	1	−4	3	2
		2	−4	−2
	1	−2	−1	0

$f(x)=(x-2)(x^2-2x-1)$

따라서 주어진 방정식은 $(x-2)(x^2-2x-1)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}$

65) $\dfrac{7}{8}$

$f(x)=x^3-(1+2k)x+2k$로 놓으면

$f(1)=1-(1+2k)+2k=0$

조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

1	1	0	$-(1+2k)$	$2k$
		1	1	$-2k$
	1	-1	$-2k$	0

$\therefore f(x)=(x-1)(x^2+x-2k)$

이때 방정식 $f(x)=0$이 중근을 가지려면

(ⅰ) 방정식 $x^2+x-2k=0$이 $x=1$을 근으로 갖는 경우

$1+1-2k=0 \qquad \therefore k=1$

(ⅱ) 방정식 $x^2+x-2k=0$이 중근을 갖는 경우

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$D=1^2-4\cdot1\cdot(-2k)=0 \qquad \therefore k=-\dfrac{1}{8}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 k의 값의 합은 $1+\left(-\dfrac{1}{8}\right)=\dfrac{7}{8}$

66) (1) -4 (2) 3 (3) 5

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

(1) $\alpha+\beta+\gamma=-4$ (2) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3$

(3) $\alpha\beta\gamma=5$

67) $x^3-5x^2+2x+8=0$

x^3의 계수가 1이고 근이 -1, 2, 4인 삼차방정식은

$\therefore\ x^3-5x^2+2x+8=0$

68) $1<x<2$

$|2x-3|<1$ 에서 $-1<2x-3<1$

$2<2x<4 \qquad \therefore 1<x<2$

69) $x \le -1$ 또는 $x \ge \frac{7}{3}$

$|3x-2| \ge 5$에서 $3x-2 \le -5$ 또는 $3x-2 \ge 5$

$3x \le -3$ 또는 $3x \ge 7$ $\therefore x \le -1$ 또는 $x \ge \frac{7}{3}$

70) $-\frac{7}{2} < x < -1$ 또는 $0 < x < \frac{5}{2}$

$1 < |2x+1| < 6$에서

$1 < 2x+1 < 6$ 또는 $-6 < 2x+1 < -1$

(ⅰ) $1 < 2x+1 < 6$에서 $0 < 2x < 5$ $\therefore 0 < x < \frac{5}{2}$

(ⅱ) $-6 < 2x+1 < -1$에서 $-7 < 2x < -2$

$\therefore -\frac{7}{2} < x < -1$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-\frac{7}{2} < x < -1$ 또는 $0 < x < \frac{5}{2}$

71) ②

부등식 $2|x-1|+3|x+1| < 9$에서

(ⅰ) $x < -1$일 때

$-2(x-1)-3(x+1) < 9$, $-2x+2-3x-3 < 9$

$-5x < 10$ $\therefore x > -2$

그런데 $x < -1$이므로 $-2 < x < -1$

(ⅱ) $-1 \le x < 1$일 때

$-2(x-1)+3(x+1) < 9$, $-2x+2+3x+3 < 9$

$\therefore x < 4$

그런데 $-1 \le x < 1$이므로 $-1 \le x < 1$

(ⅲ) $x \ge 1$일 때

$2(x-1)+3(x+1) < 9$, $2x-2+3x+3 < 9$

$5x < 8$ $\therefore x < \frac{8}{5}$

그런데 $x \ge 1$이므로 $1 \le x < \frac{8}{5}$

이상에서 주어진 부등식의 해는 $-2 < x < \frac{8}{5}$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 정수 x는 -1, 0, 1의 3개이다.

72) $x < -1$ 또는 $x > 3$

73) $-1 \le x \le 3$

74) $x = \alpha$ 또는 $x = \gamma$

75) $x = \beta$ 또는 $x = \delta$

76) $\alpha \le x \le \gamma$

77) $x < \beta$ 또는 $x > \delta$

78) $-4 < x < 1$

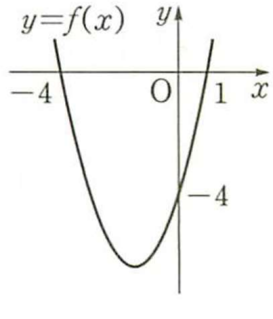
이차방정식 $x^2+3x-4=0$에서

$(x+4)(x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=1$

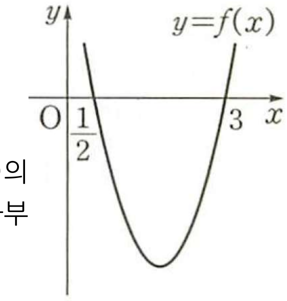
$f(x)=x^2+3x-4$라 하면 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 이차부등식 $f(x)<0$의 해는

$-4 < x < 1$



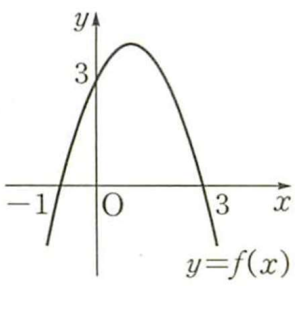
79) $x \le \frac{1}{2}$ 또는 $x \ge 3$

이차방정식 $2x^2-7x+3=0$에서
$(2x-1)(x-3)=0$
$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$
$f(x)=2x^2-7x+3$이라 하면 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 이차부등식 $f(x) \ge 0$의
해는 $x \le \frac{1}{2}$ 또는 $x \ge 3$



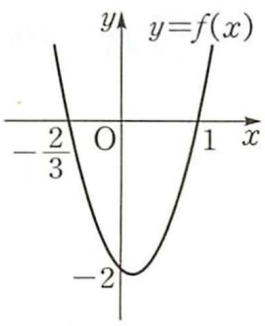
80) $-1 < x < 3$

이차방정식 $-x^2+2x+3=0$에서
$x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
$f(x)=-x^2+2x+3$이라 하면
$y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 이차부등식 $f(x)>0$의
해는 $-1 < x < 3$



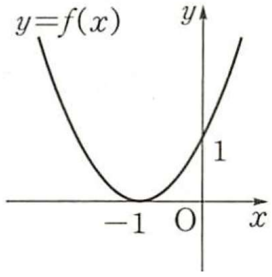
81) $-\frac{2}{3} \le x \le 1$

이차방정식 $3x^2-x-2=0$에서
$(3x+2)(x-1)=0$
$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$
$f(x)=3x^2-x-2$라 하면 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 이차부등식 $f(x) \le 0$의
해는 $-\frac{2}{3} \le x \le 1$



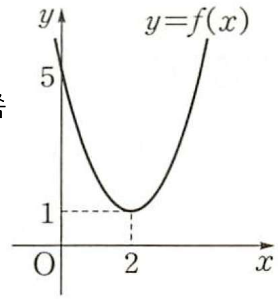
82) 모든 실수

$f(x)=x^2+2x+1$이라 하면
$f(x)=(x+1)^2$
따라서 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 부등식
$f(x) \ge 0$의 해는 모든 실수이다.



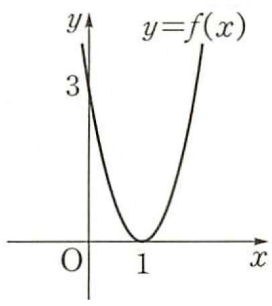
83) 해는 없다.

$f(x)=x^2-4x+5$라 하면
$f(x)=(x-2)^2+1$
따라서 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 부등식
$f(x)<0$의 해는 없다.



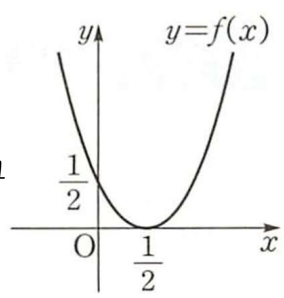
84) $x \ne 1$인 모든 실수

$f(x)=3x^2-6x+3$이라 하면
$f(x)=3(x-1)^2$
따라서 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로
부등식 $f(x)>0$의 해는 $x \ne 1$인 모든 실수



85) $x=\frac{1}{2}$

$f(x)=2x^2-2x+\frac{1}{2}$이라 하면
$f(x)=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$
따라서 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 부등식
$f(x) \le 0$의 해는 $x=\frac{1}{2}$이다.



86) $1 < x < 2$

$x^2 - 3x + 2 < 0$에서 $(x-1)(x-2) < 0$
$\therefore 1 < x < 2$

87) $x \leq -4$ 또는 $x \geq 2$

$x^2 + 2x - 8 \geq 0$에서 $(x+4)(x-2) \geq 0$
$\therefore x \leq -4$ 또는 $x \geq 2$

88) $-1-\sqrt{2} \leq x \leq -1+\sqrt{2}$

$x^2 + 2x - 1 \leq 0$에서 $(x+1+\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2}) \leq 0$
$-1-\sqrt{2} \leq x \leq -1+\sqrt{2}$

89)

(1) $(x+1)(x-4) < 0$
(2) $(x+2)(x-4) > 0$
(3) $(x+2)(x-3) \leq 0$
(4) $(x-1)(x-3) \geq 0$

90) $-\dfrac{4}{3}$

$ax^2 + bx + c > 0$의 해가 $2 < x < 4$이므로 $a < 0$

해가 $2 < x < 4$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은
$(x-2)(x-4) < 0$ $\quad\therefore x^2 - 6x + 8 < 0$
양변에 a를 곱하면 $ax^2 - 6ax + 8a > 0$
이 부등식이 $ax^2 + bx + c > 0$과 같으므로
$b = -6a,\ c = 8a$
$\therefore \dfrac{c}{b} = \dfrac{8a}{-6a} = -\dfrac{4}{3}$

91) 4

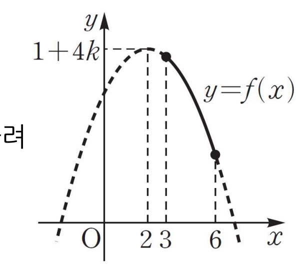
$y = -x^2 + ax + b$의 그래프가 $y = x + 2$의 그래프보다 위쪽에 있으면
$-x^2 + ax + b > x + 2$
$\therefore x^2 + (1-a)x + 2 - b < 0$ …… ㉠
해가 $1 < x < 3$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은
$(x-1)(x-3) < 0$
$\therefore x^2 - 4x + 3 < 0$ …… ㉡
㉠과 ㉡이 같아야 하므로 $1 - a = -4,\ 2 - b = 3$
$\therefore a = 5,\ b = -1 \quad \therefore a + b = 4$

92) ②

$(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 3 > 0$ …… ㉠
(ⅰ) $m = 1$일 때, $0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 3 = 3 > 0$이므로 모든 실수 x에 대하여 성립한다.
$\therefore m = 1$
(ⅱ) $m \neq 1$일 때, ㉠이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면,
$m - 1 > 0$에서 $m > 1$ …… ㉡
이차방정식 $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 3 = 0$의 판별식을 D
$\dfrac{D}{4} = (m-1)^2 - 3(m-1) < 0$
$m^2 - 5m + 4 < 0,\ (m-1)(m-4) < 0$
$\therefore 1 < m < 4$ …… ㉢
㉡, ㉢의 공통 범위를 구하면 $1 < m < 4$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $1 \leq m < 4$

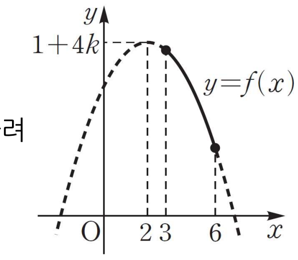
93) $k \geq \dfrac{15}{4}$

$f(x) = -x^2 + 4x - 3 + 4k$로 놓으면
$f(x) = -(x-2)^2 + 1 + 4k$
$3 \leq x \leq 6$에서 $f(x) \geq 0$이 항상 성립하려면 오른쪽 그림에서 $f(6) \geq 0$
$-16 + 1 + 4k \geq 0 \quad \therefore k \geq \dfrac{15}{4}$



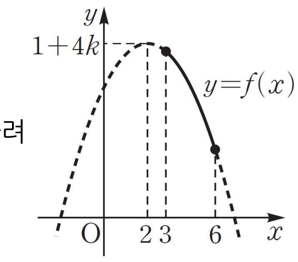
94) $k \geq \dfrac{15}{4}$

$f(x)=-x^2+4x-3+4k$ 로 놓으면
$f(x)=-(x-2)^2+1+4k$
$3 \le x \le 6$ 에서 $f(x) \ge 0$ 이 항상 성립하려면 오른쪽 그림에서 $f(6) \ge 0$
$--16+1+4k \ge 0$ $\quad \therefore\ k \ge \dfrac{15}{4}$



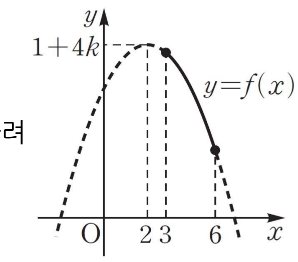
95) $k \ge \dfrac{15}{4}$

$f(x)=-x^2+4x-3+4k$ 로 놓으면
$f(x)=-(x-2)^2+1+4k$
$3 \le x \le 6$ 에서 $f(x) \ge 0$ 이 항상 성립하려면 오른쪽 그림에서 $f(6) \ge 0$
$--16+1+4k \ge 0$ $\quad \therefore\ k \ge \dfrac{15}{4}$



96) $k > \dfrac{15}{4}$

$f(x)=-x^2+4x-3+4k$ 로 놓으면
$f(x)=-(x-2)^2+1+4k$
$3 \le x \le 6$ 에서 $f(x) \ge 0$ 이 항상 성립하려면 오른쪽 그림에서 $f(6) > 0$
$--16+1+4k > 0$ $\quad \therefore\ k > \dfrac{15}{4}$



97) $3 \le k < 5$

$f(x)=x^2-2kx+9$ 로 놓으면 이차방정식 $f(x)=0$ 의 두 근이 모두 1 보다 크므로
(ⅰ) $\dfrac{D}{4}=(-k)^2-1\cdot 9 \ge 0$ 에서 $k^2-9 \ge 0$
$(k+3)(k-3) \ge 0$ $\quad \therefore\ k \le -3$ 또는 $k \ge 3$
(ⅱ) $f(1)=1-2k+9>0$ 에서
$-2k+10>0$ $\quad \therefore\ k<5$
(ⅲ) 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x=k$ 이므로
$k>1$
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 k의 값의 범위는
$3 \le k < 5$

98) $k \le -3$

$f(x)=x^2-2kx+9$ 로 놓으면 이차방정식 $f(x)=0$ 의 두 근이 모두 1 보다 작으므로
(ⅰ) $\dfrac{D}{4}=(-k)^2-1\cdot 9 \ge 0$ 에서 $k^2-9 \ge 0$
$(k+3)(k-3) \ge 0$ $\quad \therefore\ k \le -3$ 또는 $k \ge 3$
(ⅱ) $f(1)=1-2k+9>0$ 에서
$-2k+10>0$ $\quad \therefore\ k<5$
(ⅲ) 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x=k$ 이므로
$k<1$
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 k의 값의 범위는
$k \le -3$

99) $5<k$

$f(1)<0$

100) $\sqrt{10}$
$\overline{AB}=\sqrt{(3-2)^2+\{2-(-1)^2\}}=\sqrt{10}$

101) ③

$P(a,\ 0)$ 이라 하면 $\overline{AP}=\overline{BP}$ 에서 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$ 이므로
$(a-2)^2+(-2)^2=(a+1)^2+(-1)^2$
$a^2-4a+8=a^2+2a+2$ $\quad \therefore\ a=1$
$\therefore\ P(1,\ 0)$
또 $Q(0,\ b)$ 라 하면 $\overline{AQ}=\overline{BQ}$ 에서 $\overline{AQ}^2=\overline{BQ}^2$ 이므로
$(-2)^2+(b-2)^2=1^2+(b-1)^2$
$b^2-4b+8=b^2-2b+2$ $\quad \therefore\ b=3$
$\therefore\ Q(0,\ 3)$

$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{1^2+(-3)^2} = \sqrt{10}$

102) $P\left(\frac{15}{4},\ -3\right)$

$\frac{5\cdot 3+3\cdot 5}{5+3} = \frac{15}{4},\ \frac{5\cdot(-6)+3\cdot 2}{5+3} = -3$

$\therefore P\left(\frac{15}{4},\ -3\right)$

103) $Q(1,\ -14)$

$\frac{2\cdot 3-1\cdot 5}{2-1} = 1,\ \frac{2\cdot(-6)-1\cdot 2}{2-1} = -14$

$\therefore Q(1,\ -14)$

104) $M(4,\ -2)$

$\frac{5+3}{2} = 4,\ \frac{2-6}{2} = -2 \quad \therefore M(4,\ -2)$

105) $G\left(\frac{4}{3},\ -1\right)$

$\frac{2-1+3}{3} = \frac{4}{3},\ \frac{1+0-4}{3} = -1$

$\therefore G\left(\frac{4}{3},\ -1\right)$

106) $(12, 6)$

삼각형 OAB의 무게중심의 좌표가 $(8,\ 4)$이므로

$\frac{0+a+c}{3} = 8,\ \frac{0+b+d}{3} = 4$

$\therefore a+c = 24,\ b+d = 12$

따라서 $\overline{AB}$의 중점의 좌표는

$\left(\frac{a+c}{2},\ \frac{b+d}{2}\right) = \left(\frac{24}{2},\ \frac{12}{2}\right) = (12,\ 6)$

107) $y = 2x-3$

$y-(-1) = 2(x-1) \qquad \therefore y = 2x-3$

108) ④

$(\text{기울기}) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$이고 점 $(\sqrt{3},\ -1)$을 지나므로

$y+1 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x-\sqrt{3}) \qquad \therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x-2$

109) $y = -2x+3$

$y-1 = \frac{-5-1}{4-1}(x-1) \quad \therefore y = -2x+3$

110) $y = 2x+6$

$\frac{x}{-3}+\frac{y}{6} = 1 \qquad \therefore y = 2x+6$

111) $x = 1$

y축에 평행한 직선은 $x = 1$

112) ⑤

두 점 $A(1,3)$, $B(-3,5)$를 지나는 직선의 기울기는
$\frac{5-3}{-3-1}=-\frac{1}{2}$이므로 $\overline{AB}$를 수직이등분하는 직선의 기울기는 2이다.
또, $\overline{AB}$의 수직이등분선은 $\overline{AB}$의 중점 $(-1,4)$를 지나므로 수직이등분하는 직선의 방정식은

$$y-4=2(x+1) \qquad \therefore y=2x+6$$

113) 2

$|5-3|=2$

114) 8

$|7-(-1)|=8$

115) $3\sqrt{5}$

$$\frac{|2\cdot 7-1\cdot 3+4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{15}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}$$

116) $2\sqrt{10}$

점 $(2,\ -4)$와 직선 $y=\frac{1}{3}x+2$, 즉 $x-3y+6=0$ 사이의 거리

$$\frac{|1\cdot 2-3\cdot(-4)+6|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{20}{\sqrt{10}}=2\sqrt{10}$$

117) $3\sqrt{2}$

직선 $y=x-3$위의 점 $(0,\ -3)$과 직선 $x-y+3=0$사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|3+3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$$

118) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

직선 $2x+y-3=0$ 위의 점 $(0,\ 3)$과 직선 $2x+y+1=0$ 사이의 거리와 같으므로

$$\frac{|3+1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$$

119) $(3,\ -1)$, 4

120) $x^2+y^2=9$

121) $(6,\ 0)$, 7

$x^2+y^2-12x-13=0$에서 $(x-6)^2+y^2=49$
따라서 중심의 좌표는 $(6,\ 0)$, 반지름의 길이는 7이다.

122) 만나지 않는다.

원의 중심 $(3,\ -2)$와 직선 $3x-y-1=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|9+2-1|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\sqrt{10}$$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{6}$이므로 원 O와 직선 l은 만나지 않는다.

123) 서로 다른 두 점에서 만난다.

원의 중심 $(-5,\ -1)$과 직선 $x+2y+3=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-5-2+3|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$$

원의 반지름의 길이가 3이므로
원 O와 직선 l은 서로 다른 두 점에서 만난다.

124) 한 점에서 만난다. (접한다)

$x^2+y^2-8x-8y=0$에서 $(x-4)^2+(y-4)^2=32$
원의 중심 $(4,\ 4)$와 직선 $x-y-8=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|4-4-8|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=4\sqrt{2}$$

원의 반지름의 길이가 $4\sqrt{2}$이므로 원 O와 직선 l은 한 점에서 만난다. (접한다.)

125) $y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}x+3$

$y=mx+3$
원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $y=mx+3$, 즉 $mx-y+3=0$ 사이의 거리가 원의 반지름의 길이인 $2\sqrt{2}$와 같아야 하므로
$\dfrac{|3|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}$, $\dfrac{9}{m^2+1}=8$,
$9=8(m^2+1)$, $8m^2=1$
$\therefore\ m=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}$
$y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}x+3$

126) (1) $3x-y=10$ (2) -7

127) $(3,\ -6)$

128) $(4,\ -6)$

129)
(1) $x-3y-20=0$
(2) $5x-2y+12=0$
(3) $3x-2y+18=0$

(1) $(x-4)-3(y+3)-7=0$
$\therefore\ x-3y-20=0$

(2) $5(x+1)-2(y-3)+1=0$
$\therefore\ 5x-2y-12=0$

(3) 주어진 직선을 x축의 방향으로 -6만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 원래의 직선과 일치하므로 구하는 직선의 방정식은
$3(x+6)-2(y-2)-4=0$ $\therefore\ 3x-2y+18=0$

130) $(2,\ 3)$

131) $(-2,\ -3)$

132) $(-2,\ 3)$

133) $(-3,\ 2)$

134) $(3,\ -2)$

135) 풀이참조

x 축 : $2x-(-y)+1=0$ $\therefore\ 2x+y+1=0$
y 축 : $2(-x)-y+1=0$ $\therefore\ 2x+y-1=0$
원점 : $2(-x)-(-y)+1=0$ $\therefore\ 2x-y-1=0$
직선 $y=x$: $2y-x+1=0$ $\therefore\ x-2y-1=0$
직선 $y=-x$: $2(-y)-(-x)+1=0$ $\therefore\ x-2y+1=0$

136) 풀이참조

x 축 : $(x-2)^2+(-y-1)^2=1$ $\therefore\ (x-2)^2+(y+1)^2=1$
y 축 : $(-x-2)^2+(y-1)^2=1$ $\therefore\ (x+2)^2+(y-1)^2=1$
원점 : $(-x-2)^2+(-y-1)^2=1$ $\therefore\ (x+2)^2+(y+1)^2=1$
직선 $y=x$: $(y-2)^2+(x-1)^2=1$ $\therefore\ (x-1)^2+(y-2)^2=1$
직선$y=-x$:$(-y-2)^2+(-x-1)^2=1$
$\therefore\ (x+1)^2+(y+2)^2=1$

137) 풀이참조

x 축 : $-y=(x-1)^2-1$ $\therefore\ y=-(x-1)^2+1$
y 축 : $y=(-x-1)^2-1$ $\therefore\ y=(x+1)^2-1$
원점 : $-y=(-x-1)^2-1$ $\therefore\ y=-(x+1)^2+1$
직선 $y=x$: $x=(y-1)^2-1$ $\therefore\ x=(y-1)^2-1$
직선 $y=-x$: $-x=(-y-1)^2-1$ $\therefore\ x=-(y+1)^2+1$