2025학년도 대학수학능력시험 대비

제 2 교시 랑데뷰 DailyTest (2)

랑데뷰 컨텐츠가 필요한 선생님

① 재종반 또는 단과학원에서 수능 수학 강의하시는 선생님
② 중상위권 이상의 고3 학생 위주의 수업을 하시는 선생님
③ 수시를 챙겨야 하는 고3 학생들에게 수☆☆강 변형 문제와 3, 5월 교육청 및 6월 평가원 모고 변형 문제를 내신 대비 자료로 활용하실 선생님
④ 자체 모의고사를 제작하여 모의고사를 치르는 선생님

랑데뷰 컨텐츠는 양질의 자작 문항의 **한글 파일**을 제공합니다.
출판을 제외하고 개인 교재 탑재등 자유로이 사용 가능합니다.

랑데뷰 컨텐츠 자료 소개 및 문의 → 풀이지 참고

[랑데뷰 DailyTest]는 제가 근무하는 학원의 한 반 학생들을 위해 제작한 [난이도 중]인 개인 자료입니다. 랑데뷰 컨텐츠 홍보차 공개합니다. 랑데뷰 컨텐츠와 단 한문제도 겹치지 않습니다.

랑데뷰수학 시리즈 네이버 카페에서 20회 공개할 예정입니다.
네이버 카페 주소 : https://cafe.naver.com/Rmath

[랑데뷰 데테]는 8번, 19번, 27번급의 [3점] 문항과 12번, 13번, 20번, 28번, 29번급의 [4점] 문항으로 구성된 수학 일일학습지이다.
수1/수2/미적분/확통 → 각2문제씩 [기하 미안]

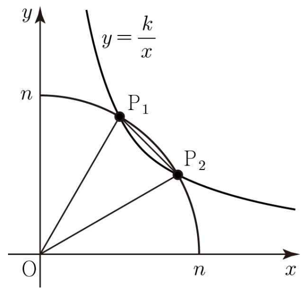
[제작자 : 황보백T]
[for 송원 M25반]

수학Ⅰ

1. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_{10}=2|S_5|=40$일 때, 공차는? [3점]

① $\frac{14}{5}$ ② 3 ③ $\frac{16}{5}$ ④ -3 ⑤ $-\frac{16}{5}$

2. 그림과 같이 원 $x^2+y^2=n^2$의 제1사분면에 나타나는 부분과 함수 $y=\frac{k}{x}\,(x>0)$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 P_1, P_2라 하자. 자연수 n에 대하여 $\angle \mathrm{P}_1\mathrm{OP}_2=\frac{\pi}{6}$일 때, 선분 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$의 길이를 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{8}a_n=p(\sqrt{q}-\sqrt{r})$일 때, $p+q+r$의 값을 구하시오. $\left(\text{단, } 0<k<\frac{n^2}{2},\ p>10\text{이고 } p,\ q,\ r\text{은 자연수이다.}\right)$ [4점]



수학II

3. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t \geq 0)$에서의 가속도 $a(t)$가

$$a(t) = -6t + 2$$

이다. 점 P가 $t=2$에서 운동 방향을 바꿀 때, $t=0$부터 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

4. 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(3) = 2$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(2-x) = f(2+x)$이다.

함수 $g(x) = |f(x) + 2x|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(4)$의 최솟값을 구하시오. [4점]

미적분

5. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=e^{t}-e^{-t},\ y=e^{t}-2e^{-t}$$

위의 점 $(a,\ b)$에서의 접선의 기울기가 $\frac{6}{5}$일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 5 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

6. 함수

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{8x+1} & (0 \le x \le 1) \\ \dfrac{3}{x\sqrt{x}} & (x>1)\end{cases}$$

에 대하여 좌표평면에서 곡선 $y=f(x)$와 x축, y축 및 직선 $x=a$ $(a \ge 1)$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하고, x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피를 $g(a)$라 하자. $\int_{1}^{3} ag(a)\,da$의 값은? [4점]

① $38-\frac{9}{2}\ln 3$ ② $38-\frac{7}{2}\ln 3$ ③ $36-\frac{9}{2}\ln 3$

④ $36-\frac{7}{2}\ln 3$ ⑤ $40-\frac{7}{2}\ln 3$

확률과통계

7. 어느 국제회의에 참석한 미국인 4명, 일본인 2명, 한국인 3명이 있다. 이 9명의 사람들이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

> (가) 미국인은 일본인과 서로 이웃하지 않는다.
> (나) 모든 한국인 사이에는 2명의 사람이 앉는다.

① 280 ② 284 ③ 288 ④ 292 ⑤ 296

8. 숫자 1이 하나씩 적혀 있는 카드 10장과 숫자 2가 하나씩 적혀 있는 카드 5장이 있다. 이 15장의 카드를 모두 일렬로 나열할 때, 2가 적혀 있는 카드가 양 끝에 나열되고 이웃한 두 장의 카드에 적혀 있는 두 수의 곱이 짝수인 것의 개수가 7이 되도록 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

2024년 제작 랑데뷰 컨텐츠 종류

① 3, 5, 7, 10월 교육청 모의고사
 ➪ 싱크로율99% (46문항 전체 제작)
② 6, 9월 평가원 모의 평가
 ➪ 싱크로율99% (46문항 전체 제작)
③ 2025학년도 수☆☆강
 ➪ 수I, 수II, 미적분 lev2&Lev3 전문항 변형
④ 2025학년도 수☆☆성
 ➪ 수I, 수II, 미적분 주요문항 변형

랑데뷰 현강 자료 소개 [샘플 R-20 제0회 참고]
R-20 (공통15+선택5 : 합계 20문항 모의고사)
➪ 공통 : 3점 7문항 + 4점 8문항
➪ 확률과통계 : 3점 3문항 + 4점 2문항
➪ 미적분 : 3점 3문항 + 4점 2문항
➪ 기하 : 3점 3문항 + 4점 2문항

⑤ 3월~7월 매월 [R-20 3회분 & R-30 1회분] (총 20회 (15회+5회) 공

⑥ 9월~10월 매주 Final-R-30 (4점 전문항 신규 총 8회)

⑦ 3월~7월 매주 매월 [R+20 3회분 & R+30 1회분]
⑧ 9월~10월 매주 Final+R+30 (4점 전문항 신규 총 8회)

R-시리즈 : 대중적
R+시리즈 : 지역 한정

모든 파일 한글 제공이며 출판을 제외하고 자유로이 사용가능합니다.

문의 카톡 → hbb100

[빠른답]

1	③	***2***	26	***3***	18	***4***	1
5	③	***6***	①	***7***	①	***8***	144

[풀이]

1) 정답 ③
등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공차를 d $(d \neq 0)$이라 하면
$S_{10}=40$이므로 $\dfrac{10(2a+9d)}{2}=40$에서 $2a+9d=8$
또한, $|S_5|=20$이므로 $\left|\dfrac{5(2a+4d)}{2}\right|=20$에서 $|a+2d|=4$
즉, $a+2d=4$ 또는 $a+2d=-4$
(i) $a+2d=4$일 때
$2a+9d=8$과 $a+2d=4$을 연립하여 풀면 $d=0$이므로 조건을 만족하지 않는다.
(ii) $a+2d=-4$일 때
$2a+9d=8$과 $a+2d=-4$을 연립하여 풀면
$d=\dfrac{16}{5}$
(i), (ii)에서 $d=\dfrac{16}{5}$

2) 정답 26
[그림 : 도정영T]
원 $x^2+y^2=n^2$과 함수 $y=\dfrac{k}{x}$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이고 원점에 대하여 대칭이다. $\angle \mathrm{P_1OP_2}=\dfrac{\pi}{6}$이므로 점 $\mathrm{P_1}$에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\angle \mathrm{P_1OH}=\dfrac{\pi}{3}$이므로
점 $\mathrm{P_1}$의 좌표는 $\left(\dfrac{n}{2}, \dfrac{\sqrt{3}n}{2}\right)$이다.
이때 점 $\mathrm{P_2}$의 좌표는 $\left(\dfrac{\sqrt{3}n}{2}, \dfrac{n}{2}\right)$이다.

$$\overline{\mathrm{P_1P_2}}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}n}{2}-\frac{n}{2}\right)^2+\left(\frac{n}{2}-\frac{\sqrt{3}n}{2}\right)^2}$$
$$=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{3}n}{2}-\frac{n}{2}\right)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}n$$
$$\therefore\ a_n=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}n$$
$$\sum_{n=1}^{8}a_n=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\sum_{n=1}^{8}a_n$$
$$=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\times\frac{8\times 9}{2}=18(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$
그러므로 $p=18$, $q=6$, $r=2$이다.
$\therefore\ p+q+r=26$
[다른 풀이]-이중근호 (교과외)

$$\overline{P_1P_2}^2 = n^2+n^2-2\times n\times n\times\cos\frac{\pi}{6}$$
$$=2n^2-\sqrt{3}n^2=(2-\sqrt{3})n$$
$$\therefore\ a_n=\sqrt{2-\sqrt{3}}\,n=\frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}n=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}n=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}n$$

3) 정답 18
점 P의 시각 t $(t\ge 0)$에서의 속도를 $v(t)$라 하면
$v(t)=\int a(t)\,dt=\int(-6t+2)\,dt=-3t^2+2t+C$ (C는 적분상수)
점 P가 $t=2$에서 운동 방향을 바꾸므로
$v(2)=0$이고 $t=2$의 좌우에서 $v(t)$의 부호가 바뀌어야 한다.
즉, $-12+4+C=0$에서 $C=8$이므로
$v(t)=-3t^2+2t+8$
따라서 점 P가 $t=0$에서 $t=3$까지 움직인 거리는
$$\int_0^3|v(t)|dt$$
$$=\int_0^3\left|-3t^2+2t+8\right|dt$$
$$=-\int_0^2(3t^2-2t-8)dt+\int_2^3(3t^2-2t-8)dt$$
$$=-\Big[t^3-t^2-8t\Big]_0^2+\Big[t^3-t^2-8t\Big]_2^3$$
$$=-(-12-0)+(-6+12)$$
$$=18$$

4) 정답 1
조건 (나)에서 $f(2-x)=f(2+x)$이므로
이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 대칭축의 방정식은 $x=2$이다.
이때
$f(x)=a(x-2)^2+b$ (a, b는 상수, $a\ne 0$)
으로 놓으면
$f'(x)=2a(x-2)$
이고 조건 (가)에서 $f'(3)=2$이므로
$2a=2$
즉, $a=1$이므로
$f(x)=(x-2)^2+b$
$\quad=x^2-4x+4+b$ $\cdots\cdots$ ㉠
한편, 함수 $g(x)=|f(x)+2x|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하기 위해서는 $f(x)$의 이차항의 계수가 양수이므로 모든 실수 x에 대하여 $f(x)+2x\ge 0$이어야 한다.
즉, $x^2-2x+4+b\ge 0$이어야 한다.
이차방정식 $x^2-2x+4+b=0$의 판별식을 D라 하면 $D\le 0$이어야 하므로
$\frac{D}{4}=1^2-(4+b)\le 0$
즉, $b\ge -3$
$f(4)=4+b\ge 1$
따라서 $f(4)$의 최솟값은 1이다.

5) 정답 ③
$x=e^t-e^{-t}$, $y=e^t-2e^{-t}$에서
$\frac{dx}{dt}=e^t+e^{-t}$, $\frac{dy}{dt}=e^t+2e^{-t}$이므로
$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{e^t+2e^{-t}}{e^t+e^{-t}}=\frac{e^{2t}+2}{e^{2t}+1}$$
이때 곡선 위의 점 $(a,\ b)$에서의 접선의 기울기가 $\frac{6}{5}$이므로
$\frac{e^{2t}+2}{e^{2t}+1}=\frac{6}{5}$에서
$5e^{2t}+10=6e^{2t}+6$
$e^{2t}=4$
즉, $e^t=2$
따라서
$a=e^t-e^{-t}=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$,
$b=e^t-2e^{-t}=2-1=1$
이므로
$a+b=\frac{5}{2}$

6) 정답 ①
직선 $x=t$ $(0\le t\le a)$를 포함하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이를 $S(t)$라 하면
$$S(t)=\begin{cases}(8t+1) & (0\le t\le 1)\\ \frac{9}{t^3} & (1<t\le a)\end{cases}$$
구하는 입체도형의 부피를 $g(a)$라 하면
$$g(a)=\int_0^a S(t)\,dt=\int_0^1(8t+1)dt+\int_1^a\frac{9}{t^3}dt$$
$$=\Big[\,4t^2+t\,\Big]_0^1+\Big[-\frac{9}{2t^2}\Big]_1^a$$
$$=5-\frac{9}{2a^2}+\frac{9}{2}=-\frac{9}{2a^2}+\frac{19}{2}$$
따라서
$$\int_1^3 ag(a)\,da$$
$$=\int_1^3\left(-\frac{9}{2a}+\frac{19}{2}a\right)da$$
$$=\left[-\frac{9}{2}\ln a+\frac{19}{4}a^2\right]_1^3$$
$$=-\frac{9}{2}\ln 3+38$$
이다.

7) 정답 ①
먼저 한국인 3명이 조건 (나)를 만족시키면서 앉는 경우의 수는
$(3-1)!=2!=2$
조건 (가)에서 미국인과 일본인은 서로 이웃하여 앉지 않으므로

미국인끼리 이웃하고 일본인끼리 이웃하여 한국인 사이사이에 앉아야 한다.
한국인 사이사이의 3곳 중 1곳을 택하여 일본인이 앉는 경우의 수는
${}_3\mathrm{C}_1\times2!=6$
나머지 4개의 자리에 미국인이 앉는 경우의 수는
$4!=24$
따라서 구하는 경우의 수는
$2\times6\times24=288$

8) 정답 144
2가 적혀 있는 카드가 양 끝에 나열된 경우는 다음 그림과 같다.
$\boxed{2}\vee\boxed{2}\vee\boxed{2}\vee\boxed{2}\vee\boxed{2}$
2가 적혀 있는 카드 사이의 4개의 공간 중 1개, 2개, 4개의 공간에만 1이 적혀 있는 카드가 들어가는 경우 이웃한 두 장의 카드에 적혀 있는 두 수의 곱이 짝수인 것의 개수는 각각 5, 6, 8이므로 조건을 만족시키지 않는다.
한편, 3개의 공간에만 1이 적혀 있는 카드가 들어가는 경우 이웃한 두 장의 카드에 적혀 있는 두 수의 곱이 짝수인 것의 개수가 7이므로 조건을 만족시킨다.
4개의 공간 중 3개의 공간을 선택하는 경우의 수는
${}_4\mathrm{C}_3=4$
선택된 3개의 공간에 나열되는 1이 적혀 있는 카드의 개수를 각각 a, b, c라 하면
$a+b+c=10$ (a, b, c는 자연수)
$a=a'+1,\ b=b'+1,\ c=c'+1$이라 놓으면
$a'+b'+c'=7$ (a', b', c'은 음이 아닌 정수)
를 만족시키는 경우의 수는
${}_3\mathrm{H}_7={}_9\mathrm{C}_7={}_9\mathrm{C}_2=\dfrac{9\times8}{2\times1}=36$
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times36=144$