

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

제발 수능 정상화

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 이거 읽는 사람이 있음?

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- 공통과목 1~8쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $\sqrt{\frac{4^3}{6^2}} \times (\sqrt{3})^{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$ 의 값은? [2점]

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

$\frac{4}{3} \times 3$

2. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 9x^2$ 이고, $f(1) = 8$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 26
- ② 27
- ③ 28
- ④ 29
- ⑤ 30

$f(x) = 3x^3 + 5$

3. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_2 = 4, |a_4| = 10$ $a_4 \neq -10$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 12
- ② 13
- ③ 14
- ④ 15
- ⑤ 16

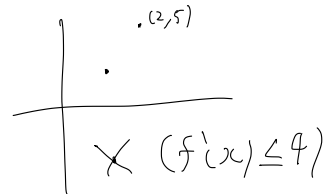
4. 실수 전체 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

$\{f(1)\}^2 = 6 - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), f(2) = 5$

일 때, 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \leq 4$ 이다. $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -3
- ② -2
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

$f(1) = 2$ or $\sqrt{2}$



5. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $xf(x) = 3x^2 + 4x + 2$ 일 때,
 $f(2) + 2f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$$f(x) + xf'(x) = 6x + 4$$

$x=2$ 대입

6. $\tan(\theta + \frac{\pi}{2}) = 2$ 일 때, $\frac{\sin\theta}{\sin(\frac{3}{2}\pi + \theta)}$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan\theta} = -2$$

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < a) \\ x^3 - 4x^2 - 2x + 19 & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의
 곱은? [3점]

- ① 0 ② -3 ③ -6 ④ -9 ⑤ -12

$$x^3 - 4x^2 - 3x + 18 = 0$$

$$x = \{ \text{중근}, -2 \}$$

8. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\log_a(a+7) - \log_a(a-5) = 1$ 일 때, $\log_a \frac{b}{2}$ 가 자연수가 되게 하는 모든 두 자릿수 b 값의 합은? [3점]

- ① 60 ② 84 ③ 112 ④ 164 ⑤ 180

$$\log_a \frac{a+7}{a-5} = 1$$
$$\frac{a+7}{a-5} = a$$
$$\Rightarrow a=7$$

$$\log_7 \frac{b}{2} = \text{자연수}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} = 7, 49, \dots$$
$$14 + 98$$

9. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q 의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1 = t^3, \quad v_2 = 2t^2 + 4t$$

이다. $t=0$ 부터 두 점 P, Q 의 가속도가 같아지는 두 순간까지 점 P 의 위치의 변화량은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

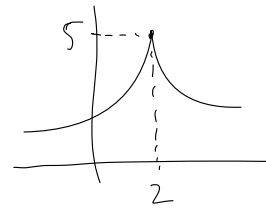
$$\int_0^2 t^3 dt = 2$$

10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 1+2^x & (x < 2) \\ 2+3^{-2x+5} & (x \geq 2) \end{cases}$$

에 대하여 $f(x+1) - f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ -2 ④ $-\frac{8}{3}$ ⑤ $-\frac{10}{3}$



$$f(2) - f(1) = 5 - 3 = 2$$

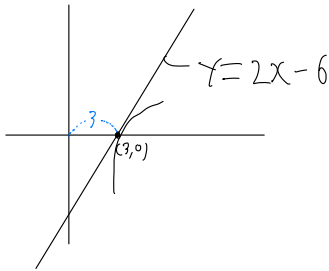
$$f(3) - f(2) = \frac{7}{3} - 5 = -\frac{8}{3}$$

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - 2f(3)}{h} = 2 \Rightarrow f'(3) = 2, f(3) = 0$$

을 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $A(3, f(3))$ 에서 그은 접선이 $f(x)$ 와 만나는 또 다른 한 점을 B 라고 하자. 삼각형 OAB 의 넓이가 9일 때, $f(6)$ 의 최솟값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

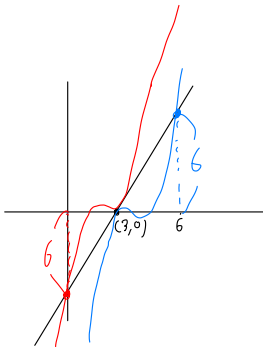


$$= B(?, \pm 6)$$

(삼각형의 넓이가 9이므로 높이가 6)

$$\Rightarrow B(6, 6) \text{ or } (0, -6)$$

이때가 $f(6)$ 의 최솟값



12. 두 정수 $p(p \neq 1)$, q 와 첫째항이 정수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = (-1)^n p a_n, \quad \frac{a_{10}}{2^9} = -6$$

을 만족시킨다. $a_1 + p + q$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

	1) a_1 짝	2) a_1 홀 p 짝	3) a_1 홀 p 홀
a_1	a_1	a_1	a_1
a_2	pa_1	$-pa_1$	$-pa_1$
a_3	p^2a_1	$-p^2a_1$	p^2a_1
\vdots			
a_{10}	p^9a_1	$-p^9a_1$	$-p^9a_1$

(Case 1) $\frac{p^9 a_1}{2^9} = -6 = -2 \times 3$

$p=2 \quad a_1 = -6 \quad q=9$ (최소)

$p=-2 \quad a_1 = 6 \quad q=9$

\vdots

(Case 2) $\frac{p^9 a_1}{2^9} = 6$

$p=-2 \quad a_1 = -3 \quad q=8$ (최소)

$p=2 \quad a_1 = 3 \quad q=8$

\vdots

(Case 3) 모든

13. 삼차함수 $f(x)$ 와 연속함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x) = g(x) - |g(x)|$

(나) 점 $(t, t-4)$ 에서 $g(x)$ 에 접선을 그을 수 없는 실수 t 의 범위는 $2 < t < 4$ 이다.

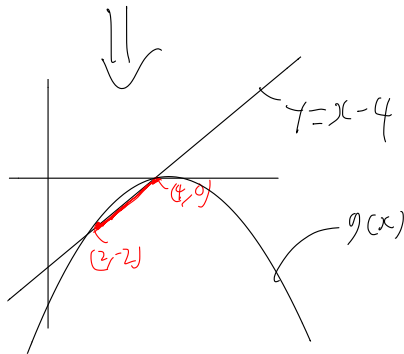
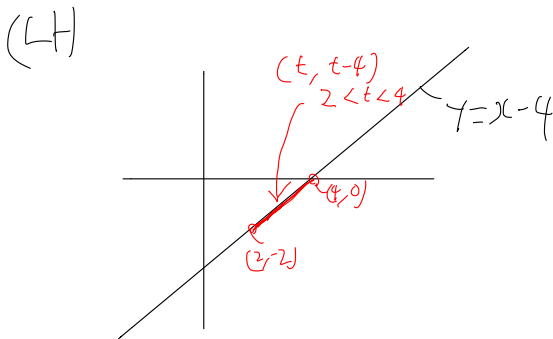
$f(0) = 0$ 일 때, $f(-3)$ 의 값은? [4점]

- ① 78 ② 83 ③ 88 ④ 93 ⑤ 98

(가)

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & g(x) > 0 \\ 2g(x) & g(x) < 0 \end{cases}$$

∴ 모든 x 에 대하여 $g(x) \leq 0$, $g(x)$ = 이차함수



∴ $g(x) = a(x-4)^2$
 $a = -\frac{1}{2}$
 $\Rightarrow f'(x) = -(x-4)^2 = -x^2 + 8x - 16$
 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 16x$
 $9 + 36 + 48 = 93$

14. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} |3^{-x+2} - 2| & (x \geq 0) \\ f(x) & (x < 0) \end{cases}$$

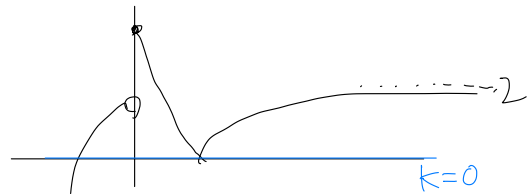
가 다음 조건을 만족시킨다.

$g(x) = t$ 가 2개의 실근을 가지게 하는 실수 t 의 개수는 한 개 존재한다.

위 조건을 만족시켜 2개의 실근을 가질 때의 t 의 값을 k 라 하자.

$f(3) \geq k$ 일 때, 가능한 $f(1)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{10}{9}$ ④ $\frac{13}{9}$ ⑤ $\frac{16}{9}$



유일한 케이스입니다
 최고차항 음수, $f(0) = 2$, 극값의 x좌표가 0보다 크거나 같음.

$f(1)$ 은 극값의 x좌표가 작을수록, $f(3)$ 의 값이 작을수록 작아지므로

$$f(x) = ax^2 + 2, f(3) = 0$$

$$\Rightarrow a = -\frac{2}{9}$$

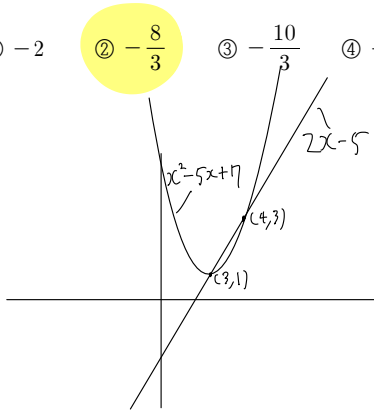
15. 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x^2 - 5x + 7) \leq f(2x - 5)$$

를 만족한다.

$\{f'(2)\}^2 = 4$, $f(0) = 0$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

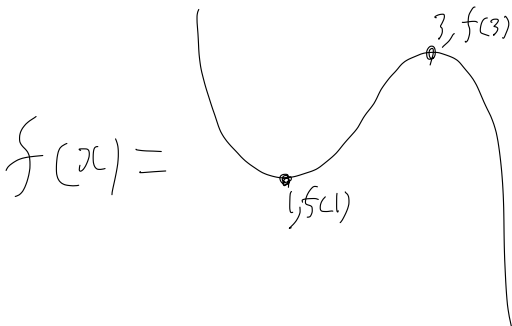
- ① -2 ② $-\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{10}{3}$ ④ -4 ⑤ $-\frac{14}{3}$



증가함수이려면?

$$x_1 \geq x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

$\therefore x=1 \sim 3$ 에서 직선이 더 위에 있으므로



$$\Rightarrow f'(x) = a(x-1)(x-3)$$

$$\{f'(2)\}^2 = 4, f(0) = 0 \text{ 이므로}$$

$$a^2 = 4 \quad (a < 0)$$

$$\therefore a = -2$$

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 4x^2 - 6x$$

단답형

16. 방정식

$$\frac{\log_3 6}{\log_3 2} + \log_{\frac{1}{2}}(-x+3) = \log_4 9$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$\log_2 6 - \log_2(-x+3) = \log_2 3$$

$$\frac{6}{-x+3} = 3$$

$$x = 1$$

17. 함수 $f(x) = x^3 - 6x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ 의

값은? [3점]

$$2f'(2)$$

$$2f'(2) = 12$$

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{20} ka_k = 48, \quad \sum_{k=1}^{20} (2k+1)a_k = 108$$

을 만족시킨다. 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{2n-1} = a_{2n}$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{10} a_{2k}$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\sum_{k=1}^{20} 2ka_k = 96$$

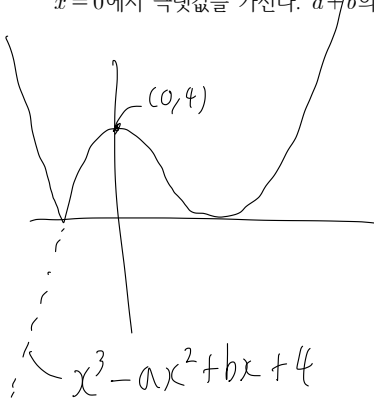
$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{20} a_k = 12$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20} = 12$$

$$\Rightarrow 2a_2 + 2a_4 + \dots + 2a_{20} = 12$$

$$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{20} = 6$$

19. 함수 $f(x) = |x^3 - ax^2 + bx + 4|$ 는 모든 극솟값이 같고, $x=0$ 에서 극댓값을 가진다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]



$$5+0=5$$

$$f'(0) = b = 0$$

$$x^3 - ax^2 + 4 = (x-p)(x-q)^2$$

$$-pq^2 = 4$$

$$2pq + q^2 = 0 \Rightarrow 2p = -q$$

$$-p^2 - 2q = -a$$

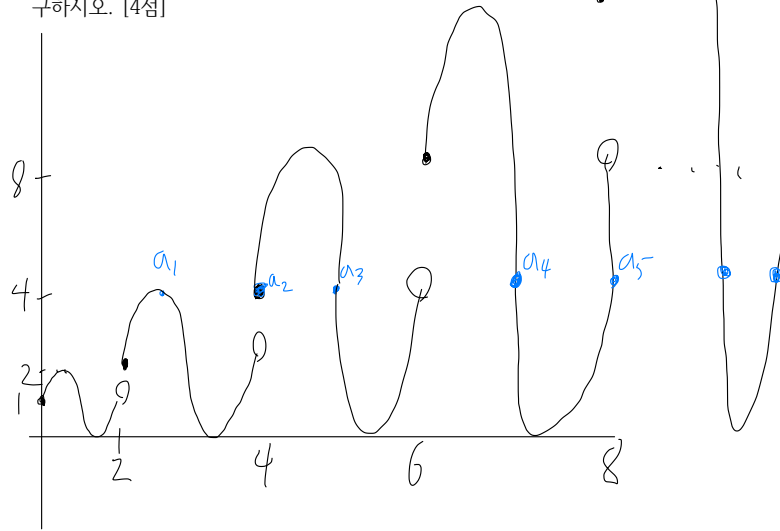
$$q = 2 \quad p = -1 \\ a = 5$$

20. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) = \sin \pi x + 1 \quad (0 \leq x < 2)$

(나) $2f(x) = f(x+2)$

방정식 $f(a) = 4$ 를 만족시키는 a 값을 작은 수부터 크기대로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자. $6(a_5 + a_6 + a_7)$ 의 값을 구하시오. [4점]



$$a_6 + a_7 = 19$$

$$a_5 = \frac{11}{6} + 6$$

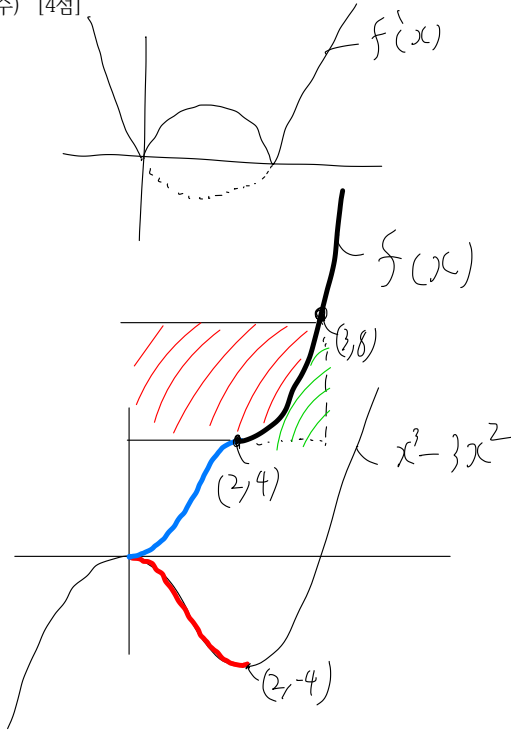
$$6\left(25 + \frac{11}{6}\right) = 161$$

21. 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(x) = |3x^2 - 6x|$
- (나) $f(0) = 0$

함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때,

$\int_4^8 g(x) dx = \frac{p}{q}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수) [4점]



$4 \times 3 - \dots$

$\int_0^1 x^2(x+3) dx$ (평행이동)

$= \frac{5}{4}$

$\int_4^8 g(x) dx = \frac{43}{4}$

$p+q = 47$

22. 상수 k 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+3} = \begin{cases} k+n & (n \text{이 홀수일 때}) \\ 2k+n & (n \text{이 짝수일 때}) \end{cases}$$
 을 만족시킨다.
- (나) 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{a_{4n-3}\}$ 은 $n \leq 4$ 인 모든 자연수에서 등차수열을 이룬다.

$a_{11} - k$ 의 값을 구하시오. [4점]

$a_1, a_4, a_7, a_{10} \rightarrow$ 등차

$a_2, a_5, a_8, a_{11} \rightarrow$ 등차

$a, a+d, a+2d, a+3d$

$a_1 + a_4 = 2a + d = k + 1$

$a_2 + a_5 = 2a + 6d = k + 1$

$\Rightarrow d = \frac{12}{5}$

$a_1 + a_4 = k + 1$

$a_4 + a_7 = 2k + 4$

$a_7 - a_1 = k + 3$

$a_7 + a_{10} = k + 7$

$a_{10} + a_{13} = 2k + 10$

$a_{13} - a_7 = k + 3$

$a_{13} - a_1 = 3d = 2k + 6$

$k = \frac{3}{5}$

$a_1 + a_4 = 2a + d = k + 1$

$\frac{12}{5} + \frac{8}{5}$

$a = -\frac{2}{5}$

$a_5 + a_8 = k + 5$

$a_8 + a_{11} = 2k + 8$

$a_{11} = a_5 + k + 3$

$a_{11} - k = a_5 + 3 = a_4 + 3 = a + d + 3 = 5$

