2017학년도 수시 논술 대비

러닝코트 수리 논술 모의고사

TYPE Ⅱ

자 연 계 열

성명		지원 학부·학과		수험 번호									

유의 사항

1. 90분 안에 답안을 작성하시오.
2. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하시오.
3. 답안지를 스캐너로 스캔하거나 핸드폰으로 글 씨가 잘 보이게 찍은 다음 러닝코트 답안 제출 시스템으로 제출해 주세요.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안지를 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
   3) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 자연수 n에 관한 어떤 명제 P(n)에서 명제 P(n)이 임의의 자연수에 대하여 성립하는 것을 증명하려면, 다음 2가지를 증명하면 된다. ⑴ P(1)이 성립한다. ⑵ 명제 P(k)가 성립한다고 가정한다면, P(k+1)도 성립한다. 이와 같은 ⑴, ⑵의 2단계에 의해서 주어진 명제 P(n)이 모든 자연수에 대하여 성립함을 보이는 증명법을 수학적 귀납법 또는 완전귀납법이라고 한다.

<나> 1부터 n까지 자연수의 합은 $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$ 이다.

<다> 수열 $\{a_n\}$ 이 아래 조건 I) ii)를 만족한다.

I) $a_1 = 0,\ a_2 = 3$

ii) 3이상의 자연수 n에 대하여, $n-1$번째 항 a_{n-1}의 값이 a_1에서 $n-2$번째 항 a_{n-2}까지의 어떤 항과도 값이 동일하지 않은 경우, $a_n = a_{n-1} - 1$ 이며, $n-1$번째 항 a_{n-1}의 값이 a_1에서 $n-2$번째 항 a_{n-2}까지의 어떤 항도 값이 동일 한 경우, $a_n = a_{n-1} + 6$ 이다.

1. **<다>**의 수열 $\{a_n\}$의 제3항부터 제10항까지의 각항의 값을 구하여라. (5점)

2. **<다>**의 수열 $\{a_n\}$의 2015번째 항의 값을 구하여라. (10점)

3. **<다>**의 수열 $\{a_n\}$의 초항에서 제 201항까지의 합을 구하여라. (15점)

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 곡선과 x사이의 넓이: 함수 $f(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속 일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a, x=b$로 둘러 싸인 도형의 넓이는 다음과 같다.

$$S=\int_a^b |y|\,dx=\int_a^b \{f(x)\}^2 dx$$

<나> 두 곡선과 사이의 넓이: 함수 $f(x), g(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속 이고, 곡선 $y=f(x)$와 곡선 $g(x)$와 두 직선 $x=a, x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음과 같다. (단, $f(x) \geq g(x) \geq 0$)

$$S=\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx$$

<다> 회전체의 부피 : 구간 $[a,\ b]$에서 연속인 곡선 $y=f\ (x)$를 x축 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피를 구하여 보자 구간 $[a,\ b]$의 임의의 점 x에서의 회전체의 단면의 넓이 $S(x)$는 반지름의 길이가 $|f\ (x)|$ 인 원의 넓이가 되므로 $S(x)=\pi y^2=\pi\{f\ (x)\}^2$ 이다. 따라서 구하는 회전체의 부피 V_x는

$V_x=\int_a^b S(x)\,dx=\pi\int_a^b \left\{f\ (x)\right\}^2 dx$ 이다.

<라> 두 곡선으로 둘러 싸인 회전체의 부피 함수 $f\ (x),\ g\ (x)$가 구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 $f\ (x)\ \geqq\ g\ (x)\ \geqq\ 0$ 이라 할 때, 두 곡선 $y=f\ (x),\ y=g\ (x)$ 와 두 직선$x=a,\ x=b$로 둘러싸인 부분을 x축 둘레로 회전하여 얻은 회전체의 부피 V_x는, 곡선 $y=f\ (x)$를 회전하여 얻은 회전체의 부피에서 곡선 $y=g\ (x)$를 회전하여 얻은 회전체의 부피를 뺀 것과 같다.

$$\Rightarrow\ V_x=\pi\int_a^b \left[\left\{f\ (x)\right\}^2-\left\{g\ (x)\right\}^2\right]dx$$

<마> 좌표평면 위의 점 $P(1,1)$을 중심으로 하고, 원점O을 지나는 원을 C_1이라 정의한다. 양의 상수 k에 대해서, 곡선 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$을 C_2라 정의한다. 곡선 C_1과 곡선 C_2는 두 점에서 교차하고, 교차하는 점을 Q와 R이라고 한다. 이 때, 직선PQ는 x축과 평행하다. 점 Q의 x좌표를 q라하고, 점 R의 x좌표를 r이라고 정의한다.

1. **<마>**에서 k, q, r 의 값을 구하고 과정을 보이시오. (15점)

2. **제시문을 이용하여 <마>**에서 곡선 C_2 와 선분OQ와 선분OR로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하고 과정을 쓰시오. (15점)

3. $x=1+\sqrt{2}\,sin\theta$ 라 가정하고, $\int_{r}^{q}\sqrt{2-(x-1)^2}\,dx$ 을 구하시오. (20점)

4. **제시문을 활용하여 <마>**에서 원 C_1 위의 호 QR중에서 원점 O를 포함하지 않는 것과 곡선 C_2로 둘러싸인 도형을 x축으로 1회전 할 때 얻어지는 입체의 부피를 구하시오. (20점)