

제 2 교시

수학 영역(가형)

안녕하세요 수학강사 초성민입니다.

이과 고난이도 기출문항입니다.

수학 가형

2014 ~ 2017학년도 6월까지 오답률 1,2,3위

(너무 쉬운 3위 제외)

평가원 + 교육청 문항들 모음이며

모아놓은 이후에 ,

방정식, 부등식을 제외 하였습니다

일차변환 제외 하였습니다.

문과와는 조금 성향이 다르게,

추론에 초점을 두게 됩니다.

추론하는 추진력은 역시나 단원별 개념이며

킬러문항은 단원에 고유함이

고스란히 이쁘게 드러나지 않습니다

다른 여러 킬러문항학습이전에 이곳 킬러문항들먼저

확실히 짚고가기를 추천합니다.

p.s 문과 킬러문항도 풀어보시면 좋습니다.

평가원

1. ~~2014학년도 6월 모의평가 28번~~

사차함수 $f(x)$ 와 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x), g(x)$ 의 최고차항의 계수는 모두 양수이다.
- (나) $g(-1) = g(2) = 0$
- (다) 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x-2)$ 가 만나는 네 점의 x 좌표는 각각 $-2, 1, 2, 6$ 이다.

분수부등식 $\frac{f(x)}{g(x-2)} \leq 1$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오. [4점]

2. 2014학년도 6월 모의평가 29번

좌표평면에서 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 A 에 대하여 점 B 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 A 가 원점이면 점 B 도 원점이다.
 (나) 점 A 가 원점이 아니면 점 B 는 점 A , 원점 그리고 점 A 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심이다.

점 A 가 포물선 $y^2 = 16x$ 위를 움직일 때 점 B 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 점 $(3, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선 C 와 두 점 P, Q 에서 만나고 $\overline{PQ} = 20$ 일 때, 두 점 P, Q 의 x 좌표의 값의 합을 구하시오. [4점]

3. 2014학년도 6월 모의평가 30번

좌표평면에서 곡선 $y = x^2 + x$ 위의 두 점 A, B 의 x 좌표를 각각 s, t ($0 < s < t$) 라 하자. 양수 k 에 대하여 두 직선 OA, OB 와 곡선 $y = x^2 + x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 k 가 되도록 하는 점 (s, t) 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 곡선 C 위의 점 중에서 점 $(1, 0)$ 과의 거리가 최소인 점의 x 좌표가 $\frac{2}{3}$ 일 때, $k = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

4. 2014학년도 9월 모의평가 21번

자연수 n 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 를 매개변수 t 로 나타내면

$$\begin{cases} x = e^t \\ y = (2t^2 + nt + n)e^t \end{cases}$$

이고, $x \geq e^{-\frac{n}{2}}$ 일 때 함수 $y=f(x)$ 는 $x=a_n$ 에서 최솟값 b_n 을 갖는다.

$\frac{b_3}{a_3} + \frac{b_4}{a_4} + \frac{b_5}{a_5} + \frac{b_6}{a_6}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$
 ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

5. 2014학년도 9월 모의평가 30번

두 연속함수 $f(x), g(x)$ 가

$$g(e^x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x < 1) \\ g(e^{x-1}) + 5 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

를 만족시키고, $\int_1^{e^2} g(x)dx = 6e^2 + 4$ 이다.

$\int_1^e f(\ln x)dx = ae + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오

(단, a, b 는 정수이다.) [4점]

6. 2014학년도 수능 21번

연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고, 모든 실수 x 에 대하여

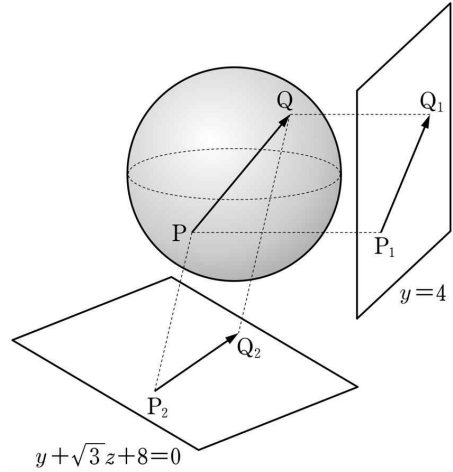
$$f(x) = \frac{\pi}{2} \int_1^{x+1} f(t) dt$$

이다. $f(1)=1$ 일 때, $\pi^2 \int_0^1 xf(x+1)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $2(\pi-2)$ ② $2\pi-3$ ③ $2(\pi-1)$
- ④ $2\pi-1$ ⑤ 2π

7. 2014학년도 수능 29번

좌표공간에서 구 $x^2+y^2+z^2=4$ 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 두 점 P, Q에서 평면 $y=4$ 에 내린 수선의 발을 각각 P_1, Q_1 이라 하고, 평면 $y+\sqrt{3}z+8=0$ 에 내린 수선의 발을 각각 P_2, Q_2 라 하자. $2|\overline{PQ}|^2 - |\overline{P_1Q_1}|^2 - |\overline{P_2Q_2}|^2$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



8. 2014학년도 수능 30번

이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = f(x)e^{-x}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 $(1, g(1))$ 과 점 $(4, g(4))$ 는 곡선 $y = g(x)$ 의 변곡점이다.
- (나) 점 $(0, k)$ 에서 곡선 $y = g(x)$ 에 그은 접선의 개수가 3인 k 의 값의 범위는 $-1 < k < 0$ 이다.

$g(-2) \times g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

9. ~~2015학년도 6월 모의평가 27번~~

두 함수 $f(x) = -x + 2$, $g(x) = \frac{1}{2}(x - 1)$ 에 대하여

무리방정식

$$\sqrt{g(x)} - \sqrt{g(x) - \{f(x)\}^2} = f(x)$$

의 모든 실근의 합을 a 라 하자. $10a$ 의 값을 구하시오. [4점]

6

수학 가형

10. 2015학년도 6월 모의평가 30번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $1 \leq f'(x) \leq 3$ 이다.
- (나) 모든 정수 n 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1, 8n+2)$, 점 $(4n+2, 8n+5)$, 점 $(4n+3, 8n+7)$ 을 모두 지난다.
- (다) 모든 정수 k 에 대하여 닫힌 구간 $[2k, 2k+1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

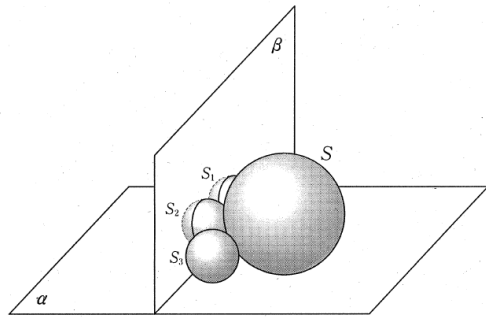
$\int_3^6 f(x)dx = a$ 라 할 때, $6a$ 의 값을 구하시오. [4점]

11. 2015학년도 9월 모의평가 29번

그림과 같이 α 위에 놓여 있는 서로 다른 네 구 S, S_1, S_2, S_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) S 의 반지름의 길이는 3 이고, S_1, S_2, S_3 의 반지름의 길이는 1 이다.
- (나) S_1, S_2, S_3 은 모두 S 에 접한다.
- (다) S_1 은 S_2 와 접하고, S_2 는 S_3 과 접한다.

S_1, S_2, S_3 의 중심을 각각 O_1, O_2, O_3 이라 하자. 두 점 O_1, O_2 를 지나고 평면 α 에 수직인 평면을 β . 두 점 O_2, O_3 을 지나고 평면 α 에 수직인 평면이 S_3 과 만나서 생기는 단면을 D 라 하자. 단면 D 의 평면 β 위로의 정사영의 넓이를 $\frac{q}{p}\pi$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



12. 2015학년도 9월 모의평가 30번

양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

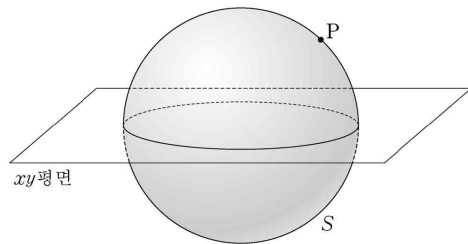
- (가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 이다.
 (나) 임의의 양의 실수 t 에 대하여 세 점 $(0, 0), (t, f(t)), (t+1, f(t+1))$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\frac{t+1}{t}$ 이다.
 (다) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = 2$

$\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

13. 2015학년도 수능 29번

좌표공간에 구 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 50$ 과 점 $P(0, 5, 5)$ 가 있다. 다음 조건을 만족시키는 모든 원 C 에 대하여 C 의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값을 $\frac{q}{p}\pi$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- (가) 원 C 는 점 P 를 지나는 평면과 구 S 가 만나서 생긴다.
 (나) 원 C 의 반지름의 길이는 1이다.



14. 2015학년도 수능 30번

함수 $f(x) = e^{x+1} - 1$ 과 자연수 n 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = 100 |f(x)| - \sum_{k=1}^n |f(x^k)|$$

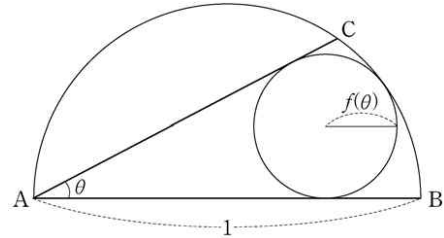
이라 하자. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

15. 2016학년도 6월 모의평가 29번

그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 C를 잡고 $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호 BC와 두 선분 AB, AC에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\tan \frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$$

이다. 100α 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



16. 2016학년도 6월 모의평가 30번

정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq 8\}$ 이고 다음 조건을 만족시키는

모든 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^8 f(x)dx$ 의 최댓값은 $p + \frac{q}{\ln 2}$

이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 자연수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

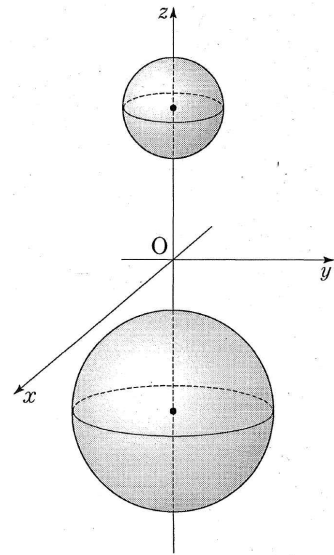
(가) $f(0) = 1$ 이고 $f(8) \leq 100$ 이다.
 (나) $0 \leq k \leq 7$ 인 각각의 정수 k 에 대하여
 $f(k+t) = f(k)$ ($0 < t \leq 1$)
 또는
 $f(k+t) = 2^t \times f(k)$ ($0 < t \leq 1$)
 이다.
 (다) 열린 구간 $(0, 8)$ 에서 함수 $f(x)$ 가 미분가능하지
 않은 점의 개수는 2 이다.

17. 2016학년도 9월 모의평가 29번

좌표공간에 두개의 구

$$S_1 : x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1, \quad S_2 : x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$$

가 있다. 점 $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$ 을 포함하고 S_1 과 S_2 에 동시에 접하는 평면을 α 라 하자. 점 $Q(k, -\sqrt{3}, 2)$ 가 평면 α 위의 점일 때 $120k$ 의 값을 구하시오. [4점]



18. 2016학년도 9월 모의평가 30번

양수 a 와 두 실수 b, c 에 대하여 함수

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$ 는 $x = -\sqrt{3}$ 과 $x = \sqrt{3}$ 에서 극값을 갖는다.

(나) $0 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$f(x_2) - f(x_1) + x_2 - x_1 \geq 0$$
이다.

세 수 a, b, c 의 곱 abc 의 최댓값을 $\frac{k}{e^3}$ 라 할 때, $60k$ 의 값을 구하시오. [4점]

19. 2016학년도 수능 21번

$0 < t < 41$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = x^3 + 2x^2 - 15x + 5$ 와 직선 $y = t$ 가 만나는 세 점 중에서 x 좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t), t)$, x 좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t), t)$ 라 하자. $h(t) = t \times \{f(t) - g(t)\}$ 라 할 때, $h'(5)$ 의 값은? [4점]

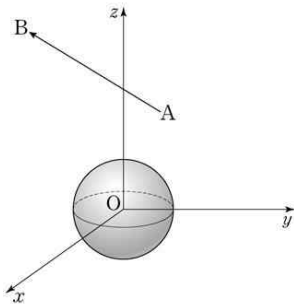
- ① $\frac{79}{12}$ ② $\frac{85}{12}$ ③ $\frac{91}{12}$ ④ $\frac{97}{12}$ ⑤ $\frac{103}{12}$

20. 2016학년도 수능 29번

좌표공간의 두 점 $A(2, \sqrt{2}, \sqrt{3})$, $B(1, -\sqrt{2}, 2\sqrt{3})$ 에 대하여 점 P 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $|\overrightarrow{AP}| = 1$
 (나) \overrightarrow{AP} 와 \overrightarrow{AB} 가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$ 이다.

중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 구 위의 점 Q 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값이 $a+b\sqrt{33}$ 이다. $16(a^2+b^2)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



21. 2016학년도 수능 30번

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x \leq b$ 일 때, $f(x) = a(x-b)^2 + c$ 이다.
 (단, a, b, c 는 상수이다.)
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = \int_0^x \sqrt{4-2f(t)} dt$ 이다.

$\int_0^6 f(x)dx = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 2017학년도 6월 모의평가 29번

양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 1$)에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = 2\ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(0, f(1))$ 로부터 움직인 거리가 s 가 될 때 시간 t 는 $t = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4}}{2}$ 이고, $t=2$ 일 때 점 P의 속도는 $(1, \frac{3}{4})$ 이다. 시간 $t=2$ 일 때, 점 P의 가속도를 $(-\frac{1}{2}, a)$ 라 할 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]

23. 2017학년도 6월 모의평가 30번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 상수 a ($0 < a < 2\pi$)와 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad f(x) = f(-x)$$

$$(나) \quad \int_x^{x+a} f(t)dt = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

단한 구간 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ 에서 두 실수 b, c 에 대하여

$$f(x) = b \cos(3x) + c \cos(5x) \text{ 일 때 } abc = -\frac{q}{p}\pi \text{ 이다.}$$

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)
[4점]

교육청

24. 2015학년도 3월 학력평가 28번

첫째항이 a 이고 공차가 -4 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 모든 자연수 n 에 대하여 $S_n < 200$ 일 때, 자연수 a 의 최댓값을 구하시오. [4점]

25. 2015학년도 3월 학력평가 29번

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 \times a_2^2 \times a_3^3 \times \dots \times a_n^n = 10^{n^2-n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. $\log a_k$ 의 가수가 0.99 일 때, k 의 값을 구하시오
[4점]

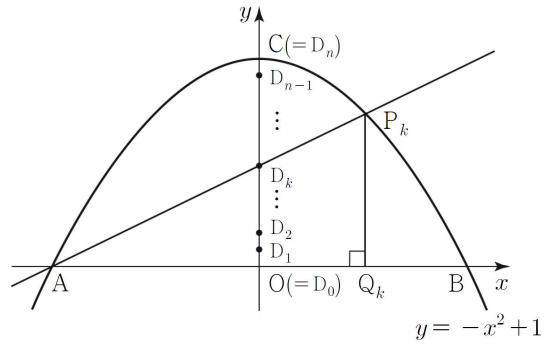
26. 2015학년도 3월 학력평가 30번

실수 t 에 대하여 좌표평면에서 원점을 지나고 기울기가 $\tan(\sin t)$ 인 직선과 원 $x^2 + y^2 = e^{2t}$ 이 만나는 점 중에서 x 좌표가 양수인 점을 P 라 하고, 점 P 가 나타나는 곡선을 C 라 하자. $t = \pi$ 일 때, 곡선 C 위의 점 P 에서의 접선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $a \times e^{bt}$ 이다. $10(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

27. 2015학년도 4월 학력평가 28번

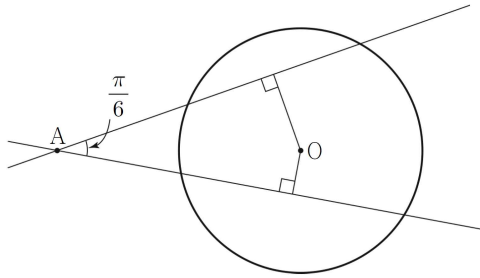
그림과 같이 곡선 $y = -x^2 + 1$ 위에 세 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$ 이 있다. 2이상의 자연수 n 에 대하여 선분 OC 를 n 등분할 때, 양 끝점을 포함한 각 분점을 차례로 $O = D_0, D_1, D_2, \dots, D_{n-1}, D_n = C$ 라 하자. 직선 AD_k 가 곡선과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 P_k 라 하고, 점 P_k 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q_k 라 하자. ($k = 1, 2, \dots, n$)삼각형 AP_kQ_k 의 넓이를 S_k 라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S_k = a$ 이다. $24a$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 2015학년도 4월 학력평가 29번

그림과 같이 중심이 O 이고, 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 원의 중심으로부터 거리가 2인 점 A 에서 원과 서로 다른 두 점에
서 각각 만나도록 그은 두 직선이 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 로 일
정하다. 원의 중심 O 에서 두 직선까지의 거리를 각각 l, m 이라
할 때, $2l^2 + m^2$ 의 최솟값은 $p + q\sqrt{7}$ 이다. $30(p+q)$ 의 값을 구하
시오. (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]



29. 2015학년도 4월 학력평가 30번

함수 $f(x) = \frac{\ln x^2}{x}$ 의 극댓값을 α 라 하자. 함수 $f(x)$ 와 자연수 n 에
대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) - \frac{\alpha}{n}x = 0$ 의 서로 다른 실근의 개
수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오.

[4점]

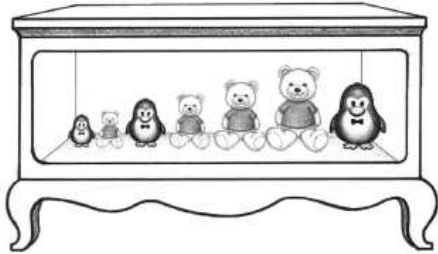
30. 2015학년도 7월 학력평가 27번

그림과 같이 크기가 서로 다른 3개의 펭귄 인형과 4개의 곰 인형이 두 상자 A, B에 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 담겨져 있다.



다음 조건을 만족시키도록 상자 A, B의 모든 인형을 일렬로 진열하는 경우의 수를 구하시오.

- (가) 같은 상자에 담겨있는 인형은 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 진열한다.
- (나) 상자 A의 왼쪽에서 두 번째 펭귄 인형은 상자 B의 왼쪽에서 두 번째 곰 인형보다 왼쪽에 진열한다.



31. 2015학년도 7월 학력평가 29번

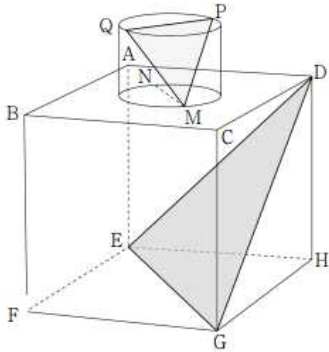
연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-x) = f(x)$
- (나) $f(x+2) = f(x)$
- (다) $\int_{-1}^1 (x+2)^2 f(x) dx = 50, \int_{-1}^1 x^2 f(x) dx = 2$

32. 2015학년도 7월 학력평가 30번

한 변의 길이가 4인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 와 밑면의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 이고 높이가 2인 원기둥이 있다. 그림과 같이 이 원기둥의 밑면이 평면 $ABCD$ 에 포함되고 사각형 $ABCD$ 의 두 대각선의 교점과 원기둥의 밑면의 중심이 일치하도록 하였다. 평면 $ABCD$ 에 포함되어 있는 원기둥의 밑면을 α , 다른 밑면을 β 라 하자.

평면 $AEGC$ 가 밑면 α 와 만나서 생기는 선분을 \overline{MN} , 평면 $BFHD$ 가 밑면 β 와 만나서 생기는 선분을 \overline{PQ} 라 할 때, 삼각형 MPQ 의 평면 DEG 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{b}{a}\sqrt{3}$ 이다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



33. 2015학년도 10월 학력평가 29번

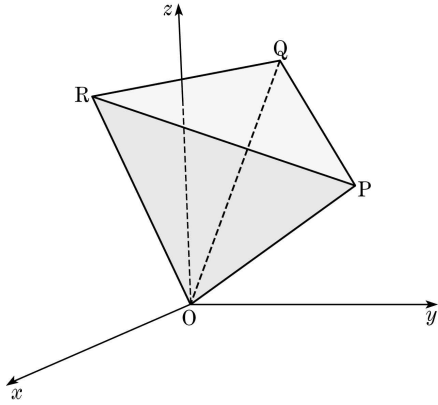
최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq x < 2$ 일 때, $g(x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x < 1) \\ f(2-x) & (1 \leq x < 2) \end{cases}$ 이다.
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2) = g(x)$ 이다.
- (다) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$g(6) - g(3) = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

34. 2015학년도 10월 학력평가 30번

그림과 같이 좌표공간에서 한 모서리의 길이가 1인 정사면체 OPQR의 한 면 PQR가 z 축과 만난다. 면 PQR의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이를 S 라 할 때, S 의 최솟값은 k 이다. $160k^2$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

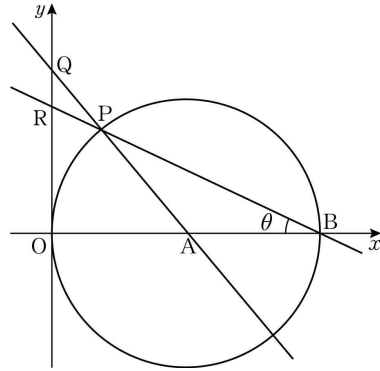


35. 2016학년도 3월 학력평가 29번

그림과 같이 중심이 $A(3, 0)$ 이고 점 $B(6, 0)$ 을 지나는 원이 있다. 이 원 위의 점 P 를 지나는 두 직선 AP, BP 가 y 축과 만나는 점을 각각 Q, R 라 하자. $\angle PBA = \theta$ 라 하고,

삼각형 PQR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값을 구하시오.

오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



36. 2016학년도 3월 학력평가 30번

함수 $f(x)$ 가 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 $f(x) = |x-1|$ 이고,
 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+2)$ 를 만족시킬 때,
 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = x + f(x)$ 라 하자. 자연수 n 에 대하여 다음 조
 건을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 a_n 이
 라 할 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $n \leq a \leq n+2$
 (나) $0 < b \leq g(a)$

37. 2016학년도 4월 학력평가 21번

함수 $f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 e^x + k & (x \geq 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여
 함수 $g(x) = |f(x)| - f(x)$ 가 다음 조건을 만족하도록 하는
 정수 k 의 개수는? [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 는 모든 실수에서 연속이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 미분가능하지 않은 점이 2개다.

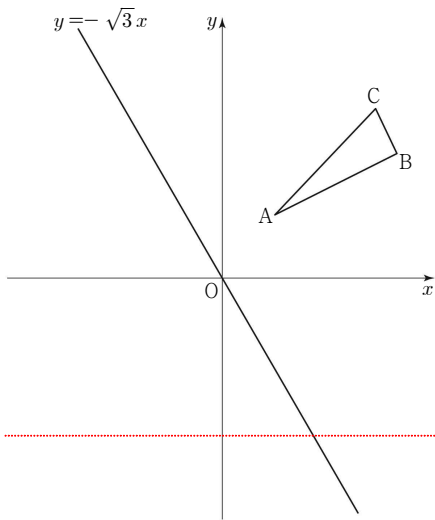
- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

38. 2016학년도 4월 학력평가 29번

그림과 같이 좌표평면 위에 세 점 $A(1, 1)$, $B(2\sqrt{3}, 2)$, $C(3, 2\sqrt{2})$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다.

행렬 $\begin{pmatrix} \cos \frac{n\pi}{24} & -\sin \frac{n\pi}{24} \\ \sin \frac{n\pi}{24} & \cos \frac{n\pi}{24} \end{pmatrix}$ ($0 < n < 48$)로 나타내어지는

일차변환에 의하여 세 점 A, B, C 가 옮겨지는 점을 각각 A', B', C' 이라 하자. 삼각형 $A'B'C'$ 과 직선 $y = \sqrt{3}x$ 가 만나도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]



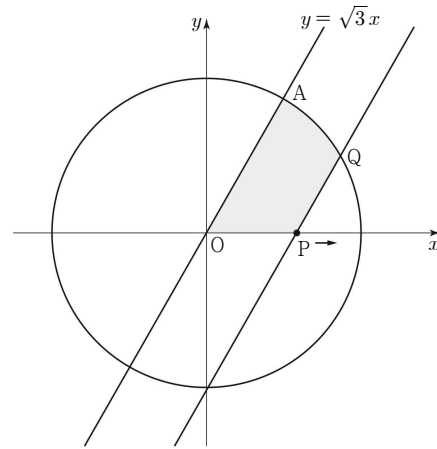
39. 2016학년도 4월 학력평가 30번

그림과 같이 원점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 10인 원이 있다. 직선 $y = \sqrt{3}x$ 와 원이 제1사분면에서 만나는 점을 A 라 하자. 점 P 는 원점 O 를 출발하여 x 축을 따라 양의 방향으로 매초 2의 일정한 속력으로 움직인다. 점 P 가 원점 O 를 출발하여

t 초가 되는 순간, 점 P 를 지나고 직선 $y = \sqrt{3}x$ 에 평행한 직선이

제1사분면에서 원과 만나는 점을 Q 라 하자.

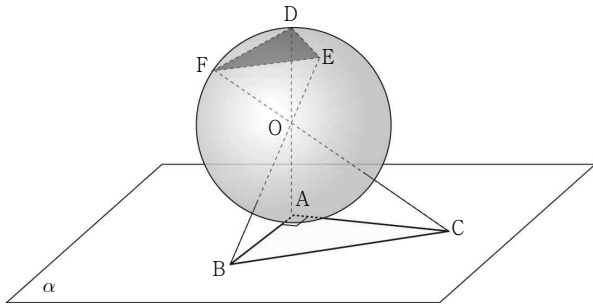
세 선분 AO, OP, PQ 와 호 QA 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, 점 Q 의 y 좌표가 5가 되는 순간, 넓이 S 의 시간(초)에 대한 변화율을 구하시오. (단, $0 < t < 5$) [4점]



40. 2016학년도 7월 학력평가 30번

그림과 같이 평면 α 위에 $\angle A = \frac{\pi}{2}$, $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\sqrt{3}$ 인

삼각형 ABC가 있다. 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 2인 구가 평면 α 와 점 A에서 접한다. 세 직선 OA, OB, OC와 구의 교점 중 평면 α 까지의 거리가 2보다 큰 점을 각각 D, E, F 라 하자. 삼각형 DEF의 평면 OBC 위로의 정사영의 넓이를 S 라 할 때, $100S^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



41. 2016학년도 10월 학력평가 21번

함수 $f(x) = \sin \pi x$ 와 이차함수 $g(x) = x(x+1)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \int_{g(x)}^{g(x+1)} f(t) dt$$

라 할 때, 닫힌 구간 $[-1, 1]$ 에서 방정식 $h(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

42. 2016학년도 10월 학력평가 30번

좌표공간에서 구 $S: x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$ 와

평면 $x - y + z - 6 = 0$ 이 만나서 생기는 원을 C 라 하자.

구 S 위의 점 $A(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3)$ 과 원 C 위를 움직이는 점 B 에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ 의 내적 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

43. 2017학년도 3월 학력평가 27번

다음 조건을 만족시키는 자연수 N 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) N 은 10 이상 9999 이하의 홀수이다.
 (나) N 의 각 자리 수의 합은 7이다.

44. 2017학년도 3월 학력평가 28번

함수 $f(x) = \frac{e^{\cos x}}{1+e^{\cos x}}$ 에 대하여

$$a = f(\pi - x) + f(x), \quad b = \int_0^\pi f(x) dx$$

일 때, $a + \frac{100}{\pi}b$ 의 값을 구하시오. [4점]

45. 2017학년도 3월 학력평가 29번

집합 $X = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다

- (가) X 의 모든 원소 x 에 대하여 $|f(x) + f(-x)| = 1$ 이다.
- (나) $x > 0$ 이면 $f(x) > 0$ 이다.

함수 $f(x)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

46. 2017학년도 4월 학력평가 28번

다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x+y+z+w=18$
- (나) x, y, z, w 중에서 2개는 3으로 나눈 나머지가 1이고, 2개는 3으로 나눈 나머지가 2이다.

47. 2017학년도 4월 학력평가 30번

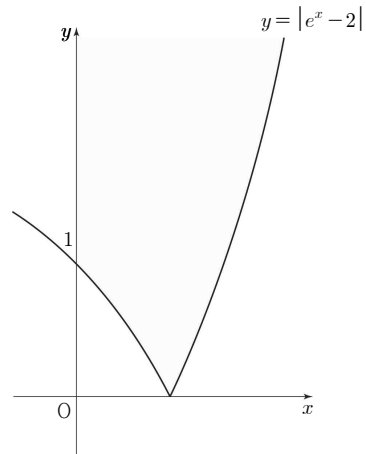
좌표평면에서 x, y 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq |e^x - 2| \end{cases}$$

가 나타내는 영역을 D 라 하자. 양의 실수 t 에 대하여 영역 D 의 서로 다른 네 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

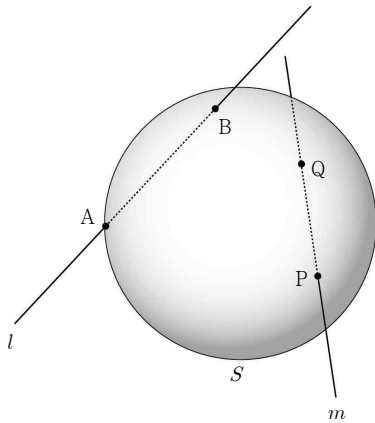
- (가) 정사각형 A 의 한 변의 길이는 t 이다.
- (나) 정사각형 A 의 한 변은 x 축과 평행하다.

정사각형 A 의 두 대각선의 교점의 y 좌표의 최솟값을 $f(t)$ 라 할 때, $f'(\ln 2) + f'(\ln 5) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



48. 2017학년도 7월 학력평가 29번

그림과 같이 반지름의 길이가 2인 구 S 와 서로 다른 두 직선 l, m 이 있다. 구 S 와 직선 l 이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B , 구 S 와 직선 m 이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 P, Q 라 하자. 삼각형 APQ 는 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형이고 $\overline{AB}=2\sqrt{2}$, $\angle ABQ = \frac{\pi}{2}$ 일 때 평면 APB 와 평면 APQ 가 이루는 각의 크기 θ 에 대하여 $100\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



49. 2017학년도 7월 학력평가 30번

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 좌표평면 위의 두 직선 l, m 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 직선 l, m 은 서로 평행하고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기는 각각 θ 이다.
- (나) 두 직선 l, m 은 곡선 $y = \sqrt{2-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 1$)과 각각 만난다.

두 직선 l 과 m 사이의 거리의 최댓값을 $f(\theta)$ 라 할 때,

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) d\theta = a + b\sqrt{2}\pi$ 이다. $20(a+b)$ 의 값을 구하시오.

(단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

2014.2015.2016.2017학년도 문과 고난이도 기출문항 모음

1.	10	2.	14	3.	109	4.	②
5.	17	6.	①	7.	24	8.	72
9.	35	10.	167	11.	11	12.	127
13.	9	14.	39	15.	25	16.	128
17.	40	18.	15	19.	④	20.	50
21.	35	22.	15	23.	83	24.	37
25.	200	26.	25	27.	11	28.	120
29.	34	30.	13	31.	102	32.	13
33.	3	34.	20	35.	18	36.	427
37.	①	38.	138	39.	10	40.	15
41.	⑤	42.	134	43.	49	44.	51
45.	64	46.	210	47.	71	48.	60
49.	25	50.		51.		52.	